

Основні визначення

Функція суспільного добробуту - залежність, що формалізує мету суспільства і в якій рівень суспільного добробуту є зростаючою функцією від добробуту (функцій корисності) окремих членів суспільства:

$$W = W(U_1, U_2, \dots, U_l), \quad \frac{\partial W}{\partial U_i} > 0, \quad i = 1, \dots, l.$$

Ефективність (оптимальність) за Парето – ситуація на ринку, коли не можливо покращити стан хоча б одного учасника, не погіршуючи стану інших.

Діаграма (коробка) Еджворта – графічне зображення можливих варіантів розподілу двох благ (ресурсів) між двома споживачами (фірмами). В цій діаграмі початок координат першого учасника знаходиться в лівому нижньому куті діаграми, другого – в правому верхньому куті, а довжина і висота діаграми визначаються загальними запасами благ (ресурсів).

Контрактна крива – множина ефективних варіантів розподілу благ у діаграмі Еджворта, що є оптимальними за Парето точками.

Приклад розв'язання задачі

Задача. Іван та Петро ділять між собою 20 кг яблук та 30 кг груш. Функції корисностей мають вигляд $u(x; y) = xy$ та $u(x; y) = xy$, де X – вага яблук, Y – вага груш. Побудувати криву контрактів.

Розв'язок. З умови оптимальності наборів по Парето випливає, що граничні норми заміщення для Івана і Петра співпадають. Нехай x_1 та y_1 – вага яблук та груш у Івана, x_2 та y_2 – вага яблук та груш у Петра. Тоді $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$. Оскільки

$$\begin{cases} x_1 + y_1 = 20, \\ y_1 + y_2 = 30, \end{cases} \quad \text{то} \quad \frac{y_1}{x_1} = \frac{30 - y_1}{20 - x_1}, \quad \text{звідки} \quad y_1 = 1,5x_1 - \text{рівняння контрактної прямої.}$$

Задачі

Задача 5.1. Два домогосподарства А та В споживають два товари x_1 та x_2 , маючи такі функції корисності: $u_A = x_1^A x_2^A$ та $u_B = x_1^B x_2^B$. Спочатку А має набір $(e_1^A, e_2^A) = (2, 6)$, В – $(e_1^B, e_2^B) = (10, 4)$.

- а) Намалюйте початкову ситуацію, визначте області, які є кращими та гіршими за Парето. Визначте умови для оптимуму за Парето. Побудуйте контрактну криву для цієї економіки. Які розподіли товарів можливі, виходячи з початкової ситуації?

- б) Нехай ціни на товари складають $p_1 = 4$ та $p_2 = 8$. Підрахуйте бюджетні прямі для домогосподарств та покажіть ефект підвищення ціни на товар 1.
- в) Підрахуйте функцію попиту господарств на обидва товари. При якій ціні на обох ринках буде рівновага?
- г) Покажіть дію закону Вальраса. Які наслідки має підвищення попиту на перший товар?

Задача 5.2. Обмежена кількість ресурсів (капіталу – 50 одиниць, праці – 100 одиниць) розподіляється між виробництвом продуктів А та В. Виробничі функції мають вигляд $Q_A = K^{0,5}L^{0,5}$ та $Q_B = K^{0,2}L^{0,8}$. Побудувати наближено криву виробничих контрактів.

Задача 5.3. Функція корисності першого споживача $U_1 = x_1 + y_1$, а другого $U_2 = 2x_2 + y_2$, де x_i – кількість яблук, y_i – кількість груш. Перший споживач має 5 яблук, а другий – 4 груші. Побудувати множину обмінів та контрактну криву.

Задача 5.4. Роман і Сергій ділять між собою 15 яблук і 25 груш. Функція корисності Романа $U(x,y) = XY$, функція корисності Сергія – $U(x,y) = XY^2$, де X – кількість яблук, Y – кількість груш. Побудуйте криву контрактів.

Задача 5.5. Поясніть перше та друге твердження теорії добробуту за допомогою діаграми коробки Еджворта.

- а) Порівняйте формальні умови загальної ринкової рівноваги з відповідними умовами для оптимуму за Парето.
- б) Яке економіко-політичне значення Ви вбачаєте у обох теоремах? Які припущення повинні виконуватись для дії обох теорем?

Задача 5.6. Визначте вірні твердження:

- 1) монополія не дозволяє досягти Парето-ефективного розміщення ресурсів через скорочення обсягів виробництва;
- 2) прибутковий податок на відміну від акцизів не є перешкодою для досягнення Парето-ефективного розподілу ресурсів;
- 3) Іван та Петро мають різні граничні норми заміщення яблук грушами. Будь-який обмін буде покращенням за Парето;
- 4) при оптимальному за Парето розподілі благ у людей відсутні стимули до обміну;
- 5) крива виробничих можливостей поєднує всі точки конкурентної рівноваги на певному ринку;
- 6) гранична норма трансформації двох продуктів характеризується відношенням їх граничних корисностей.

Задача 5.7. Маємо двох споживачів А і В котрі мають функції корисності: $U_A = x_A y_A$; $U_B = 6x_B + y_B$. Початковий розподіл благ: $x_A = 20$, $x_B = 80$, $y_A = 180$, $y_B = 20$. Намалювати оптимальну за Парето область.

Задача 5.8. Маємо двох споживачів А і В котрі мають функції корисності: $U_A = x_{1,A}^\rho + x_{2,A}^\rho$; $U_B = x_{1,B}^\rho + x_{2,B}^\rho$. Початковий розподіл благ: $x_{1,A} = 100$, $x_{1,B} = 0$, $x_{2,A} = 0$, $x_{2,B} = 100$. Розрахувати рівновагу Вальраса та намалювати оптимальну за Парето область, контрактну криву, визначити ядро цієї економіки.

Задача 5.9. У розподілі двох товарів беруть участь два споживача (А та В). Для споживачів корисність залежить від обсягу споживання товарів: $u_A = x_1^{0,5} x_2^{0,5}$, $u_B = x_1^{0,25} x_2^{0,75}$. Загальна кількість першого блага становить 20 одиниць, другого – 30 одиниць. Спочатку споживачі наділені благами порівну. Визначите рівноважні ціни товарів.

Задача 5.10. У економіці два індивіди (А та В) споживають товари за цінами $p_1 = 7$, $p_2 = 4$. Функція корисності індивіда А $u_A(x_1, x_2) = x_1 x_2$, індивіда В – $u_B(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Спочатку індивіди мають наступні набори: $E_A(5, 2)$ та $E_B(1, 11)$ відповідно.

а) Побудувати контрактну криву.

б) Ціни в економіці змінилися $p_1 = 8$, $p_2 = 3$. Визначити нову контрактну криву. Розрахувати ефекти доходу та заміщення для індивідів при зміні цін.

Задача 5.11. У економіці два індивіди (А та В) споживають товари за цінами $p_1 = 87$, $p_2 = 13$. Функція корисності індивіда А $u_A(x_1, x_2) = x_1 \sqrt{x_2}$, індивіда В – $u_B(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Спочатку індивіди мають наступні набори: $E_A(15, 4)$ та $E_B(12, 21)$ відповідно. Поки не досягнута загальна рівновага, на кожному кроці ціна товару 1 змінюється на 1%, а товару 2 – зростає на 1%. Змоделювати рух на контрактній кривій, визначити, на якому кроці буде досягнута рівновага за Парето.