

Семінар 3. Моделювання діяльності фірм в ринкових умовах

Основні визначення

У виробництві фірма використовує ресурси $x_1, x_2, \dots$, які коштують $w_1, w_2, \dots$ відповідно.

Виробнича (технологічна) функція визначає випуск фірми в залежності від інтенсивності використання ресурсів: $q = f(x_1, x_2, \dots)$.

Задачею фірми є **максимізація прибутку** – різниці між доходом та витратами:

$$\Pi = q \cdot p - (x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots) \rightarrow \max, \text{ де } p - \text{ціна на готову продукцію.}$$

Досконала конкуренція – ринкова структура, що характеризується великою кількістю фірм, які володіють незначними частками ринку і пропонують для продажу однорідний (стандартний) товар. Жоден з учасників ринку не може впливати на встановлення ринкової ціни і приймає ціну, встановлену в результаті встановлення ринкової рівноваги.

Олігополія - це ринкова структура, що складається з невеликої кількості фірм, причому декілька з них контролюють значну частку ринку.

Монополія – ринкова структура, що характеризується наявністю одного продавця унікального товару.

Картель – змова фірм щодо майбутніх обсягів випуску і цін.

Монополістична конкуренція – ринкова структура, при якій декілька десятків фірм галузі, що випускають диференційований продукт, конкурують між собою, при цьому жодна з них не має всієї повноти влади для контролю ринкової ціною.

Індекс Герфіндаля-Гіршмана – сума квадратів часток всіх фірм на ринку – показує ступінь концентрації фірм на ринку:

$$H = \sum_{i=1}^n \left(\frac{q_i}{\sum_{j=1}^n q_j} \right)^2$$

Приклад розв'язання задачі

Задача. Компанія „МікроМодел” – монополіст на ринку. Функція загальних витрат на вироблення продукції $TC = 2Q + 10$, де Q – обсяг виробництва за місяць. Знайти при якому рівні ціни прибуток компанії буде максимальним, якщо відомо, що еластичність ринкового попиту дорівнює -6.

Розв'язок. З функції загальних витрат визначаємо граничні витрати $MC = 2$ та середні витрати $AC = \frac{TC}{Q} = 2 + \frac{10}{Q}$. Очевидно, що при будь-якому випуску

$MC < AC$, що свідчить про випадок природної монополії. Конкурентний характер ринку не можливий, оскільки фірма при $P = MC$ завжди збиткова. Через коефіцієнт Лернера ми можемо знайти потрібну ціну

$$L = -\frac{1}{E_p^D} = \frac{1}{6}, \text{ звідки } \frac{p-2}{p} = \frac{1}{6} \Rightarrow p = 2.4.$$

Задачі

Задача 3.1. Функція попиту на товар є $D(p) = 1200 - 20p$, а функція пропозиції $S(p) = 40p$, якою є кількість проданого товару в точці рівноваги?

Задача 3.2. Фірма випускає товар в умовах досконалої конкуренції і продає його за ціною $P = 12$. Функція повних витрат фірми $TC = 2Q + 2Q^3$. За якого обсягу виробництва прибуток фірми буде максимальним?

Задача 3.3. Підприємство працює на конкурентному ринку, її середні витрати на довгостроковому інтервалі описуються формулою $AC = 10q + \frac{20}{q} + 20$. Знайти найбільш ефективний розмір виробництва для цієї фірми.

Задача 3.4. Вважається, що ринок підручників діє в умовах досконалої конкуренції. Загальний попит на підручники описується рівнянням $Q^D = 200 - 20p$. Середні витрати продавця дорівнюють $AC = 5 + (q - 5)^2$. Яка кількість підприємств, що займаються друком підручників діє у довгостроковому періоді.

Задача 3.5. Розрахувати еластичність заміщення для виробничої функції

$$y = \frac{k}{1 + x_1^{-\alpha} x_2^{-\beta}}, \alpha > 0, \beta > 0, 0 \leq k < y.$$

Задача 3.6. Галузевий попит на продукцію характеризується функцією $Q^D = 120 - 3P$. Функція загальних витрат фірми, що виробляє дану продукцію, має вигляд $TC = 10 + 8Q - 4Q^2 + Q^3$. За якою ціною й скільки одиниць продукції буде продано, якщо в галузі працюють 20 таких фірм? Скільки таких фірм залишиться в галузі в умовах досконалої конкуренції в довгостроковому періоді?

Задача 3.7. Функція загальних витрат фірми-монополіста $TC = \frac{1}{2}Q^2 + 2Q$.

Функція попиту на товар фірми $P = 10 - \frac{1}{2}Q$. Треба знайти ціну, при якій прибуток фірми максимальний, та ступінь її монопольної влади.

Задача 3.8. Нехай функція загальних витрат визначається за формулою $TC(Q) = Q^2 + 60$, а функція попиту на товар $Q_D = 30 - 2P$. Знайти об'єм виробництва, ціну, загальну виручку, економічний прибуток та монопольну владу.

Задача 3.9. Середні затрати монопольної фірми на вироблення продукції постійні і дорівнюють 10\$. З метою отримання максимального прибутку фірма встановила ціну на свою продукцію 15\$. Визначити еластичність попиту по ціні на продукцію, відсоткову зміну виручки монополіста, якщо в період сезонного розпродажу ціна буде знижена на 3\$.

Задача 3.10. Чи вірно, що концепція рівноваги Неша була розроблена для того, щоб мати справу з раціональними індивідами, кожен з яких намагається виробити відповідну стратегію щодо найкращої стратегії, яку міг би вибрати інший гравець?

Задача 3.11. Уявіть автомобільну гру, у якій два юнаки стартують з протилежних кінців вулиці та мчать по прямій назустріч один одному. Той, хто зверне вбік, втратить свій імідж, якщо ж ніхто не зверне, вони зіткнуться лоб до лоба. Можливі виграші наведено в таблиці:

		Другий юнак	
		Звернути вбік	Не звертати
Перший юнак	Звернути вбік	0, 0	-1, 1
	Не звертати	1, -1	-2, -2

Якими будуть стани рівноваги за Нешем для цієї гри?

Задача 3.12. Коли два диких собаки знаходять щось їстівне, вони мають прийняти рішення, битися за їжу чи поділити її між собою. Битися – це стратегія „яструба”: він переможе, а інший програє. Поділитися – це стратегія „голуба”, вона добре спрацьовує, коли інший гравець також діє як „голуб”, проте якщо він діятиме як „яструб”, пропозиція поділитися відкидається і гравець зі стратегією „голуба” не отримає нічого. Можливий набір виграшів наведено в таблиці:

		Другий собака	
		„Яструб”	„Голуб”
Перший собака	„Яструб”	-2, -2	4, 0
	„Голуб”	0, 4	2, 2

Який стан буде рівноважним?

Задача 3.13. Максимізувати прибуток картелю в залежності від параметра a , що складається з 2 фірм для яких $P = a - Q$, $TC(q_1) = 0$, $TC(q_2) = 0$, $q_1 + q_2 = Q$.

Задача 3.14. Яким чином повинні співвідноситися обсяги двох фірм у картелі, якщо: $f(Q) = c - dQ$, $TC(q_1) = aq_1^2$, $TC(q_2) = bq_2^2$, $q_1 + q_2 = Q$?

Задача 3.15. Дві фірми створили картель з такими параметрами: $P = 6 - Q$, $TC(q_1) = q_1^2$, $TC(q_2) = q_2^2$, $q_1 + q_2 = Q$, $\Pi = 6$. Оптимальні обсяги дорівнюють по одиниці: $q_1 = q_2 = 1$. Що стане з картелем, якщо функція витрат першого учасника зміниться на:

А) $TC(q_1) = q_1^2 + 2$,

Б) $TC(q_1) = q_1^2 + 4$.

Задача 3.16. Знайти оптимальні випуски та ціну для трьох фірм, що утворили картель: $P = 108 - 2Q$, $TC(q_1) = 2q_1^2$, $TC(q_2) = 3q_2^2$, $TC(q_3) = 5q_3^2$, $Q = q_1 + q_2 + q_3$.

Задача 3.17. На ринку монополістичної конкуренції діють дві фірми. Функція попиту на продукцію першої фірми $Q_1 = 103 - 10P_1 + 2(P_2 - P_1)$, другої фірми $Q_2 = 148 - 21P_2 + 2(P_1 - P_2)$. Знайти обсяг попиту на продукцію першої фірми при ціні 2 на її продукцію.

Задача 3.18. Попит галузі, в якій діє 27 фірм, задається формулою $Q = 86412 - 9p$. Загальні витрати фірми дорівнюють $TC = 46 + 8q$. Середня ціна продукції її конкурентів становить 5. За рахунок зменшення ціни продукції фірми на одиницю, попит на її продукцію може збільшитись на 12. Знайти оптимальний рівень виробництва для цієї фірми.

Задача 3.19. Попит галузі задається формулою $Q = 1418 - 19p$. Загальні витрати фірми дорівнюють $TC = 46 + 6q$. Середня ціна продукції її конкурентів становить 5.1. За рахунок зменшення ціни продукції фірми на одиницю, попит на її продукцію може збільшитись на 10. В таких умовах ця фірма для максимізації свого прибутку виробляє 82 одиниці товару. Знайдіть приблизну кількість фірм, що діють у галузі.

Задача 3.20. Попит галузі, в якій діє 42 фірми, задається формулою $Q = 82118 - 11p$. Загальні витрати фірми дорівнюють $TC = 40 + 8q$. Середня ціна продукції її конкурентів становить 5.7. За рахунок зменшення ціни продукції фірми на одиницю, попит на її продукцію може збільшитись на 17. Знайти оптимальний рівень виробництва для цієї фірми у довгостроковому періоді.

Задача 3.21. Нехай існує дві галузі: сільське господарство та промислове виробництво. Споживчий попит на продукцію сільського господарства становить 500 т., а на промислового виробництва – 300 т. Нормативи витрат на виготовлення продукції представлені в таблиці:

Галузі	Нормативи витрат продукції сільського господарства, кг/т	Нормативи витрат продукції промислового виробництва, кг/т
С/г	250	150
Пром. вир.	100	300

Знайти рівноважний випуск кожного з видів продукції, який би повністю задовольняв споживчий попит.

Задача 3.22. На ринку діють дві фірми-олігополісти. Загальний попит виражається формулою $Q = 2771 - 3p$, фіксовані витрати фірм дорівнюють 0, $MC_1 = 17 + q_1$, $MC_2 = 45 + 0,9q_2$. Визначити оптимальні стратегії для олігополістів.

Задача 3.23. На ринку діє дві фірми. Ринковий попит задається формулою: $p = 510 - 6Q$. Постійні витрати обох фірм рівні 0, граничні витрати першої фірми – 47, а другої – 13.

а) Знайти функцію реагування першої фірми, функцію реагування другої фірми.

б) Знайти випуск та прибуток кожної фірми, якщо фірми діють як:

- 1) дуополія Курно;
- 2) лідер-послідовник;
- 3) послідовник-лідер;
- 4) лідер-лідер;
- 5) послідовник-послідовник.

в) Знайти індекс Герфіндаля-Гіршмана для всіх випадків попереднього пункту.

Задача 3.24. На ринку з загальною функцією попиту $Q = 3912 - 5p$ діють два типи фірм. Перший тип фірм характеризується функцією витрат $TC_1 = 12 + 4q + 0.3q^2$, другий – $TC_2 = 12 - q + 0.9q^2$. Спочатку на ринку знаходиться по 10 фірм кожного типу. В залежності від фінансових результатів попереднього дня, на ринку можуть утворюватися нові фірми, або закриватися існуючі. Написати інформаційну систему, що моделює діяльність даного ринку та знаходить точку рівноваги.

Задача 3.25. В Мікроландії проживає населення кількістю L та існує підприємство-монополіст, яке виробляє певну продукцію. Попит на продукцію залежить від ціни в момент часу t та від доходу громадян. $q_l^D = a - b \cdot P_t + m \cdot B_l$, де q_l^D - попит особи l , P_t - очікуване значення ціни в момент часу t , B_l - дохід l -го громадянина. Пропозиція товару залежить від ціни в попередній момент часу $t-1$: $Q^S = -d + c \cdot P_t^e$, де Q^S - пропозиція товару, P_t^e - рівноважне значення ціни в момент часу t . Підприємство максимізує свій прибуток. В залежності від обсягу виробництва кожен працівник отримує різну заробітну плату. Розробити модель цієї економіки та реалізувати її.

Задача 3.26. В Мікроландії в умовах досконалої конкуренції діють 100 фірм з виробничою функцією $Y = a_0 K^{a_1} L^{a_2}$, де Y – обсяг продукції у тис. штук, K – капітал фірми, L – кількість найманих працівників. Ціна готової продукції становить 15 гр.од. Коефіцієнти виробничої функції у кожної фірми різні. Кількість устаткування на фірмах може приймати такі значення: 1 (40% фірм), 2 (20%), 2,5 (20%), 3 (20%). Визначити, якою буде рівноважна ставка заробітної плати, якщо функція пропозиції праці становить $S_L = 30w - 120$.

Задача 3.27. Спочатку на ринку діє n однакових фірм з функцією загальних витрат $TC_i = a_i + b_i q$, причому $a_i = a_j, b_i = b_j, \forall i, j$. Кожного періоду, в залежності від ринкової кон'юнктури, одна фірма йде з ринку або одна додаткова фірма з'являється на ринку. Кожні 5 періодів за умови сприятливої кон'юнктури найбагатші K фірм об'єднуються в одну фірму, загальні витрати якої становлять $TC^* = \frac{2}{3K} \sum_{i=1}^K a_i + \frac{0,95}{K} q \sum_{i=1}^K b_i$. Ринкова ціна товару у період t визначається через функцію попиту $Q_t = c - dP_t + f(t)$, де $f(t)$ – стаціонарний випадковий процес типу $AR(1)$. Визначити у кожному з перших 1000 періодів: кількість фірм на ринку, рівноважну ціну, загальні прибутки виробників, виграш споживачів, індекс Герфіндаля-Гіршмана, індекс Ласпейреса. Побудувати відповідні графіки.