

Семінар 10. Моделювання ринків факторів виробництва

Основні визначення

Фактори виробництва – блага, які потрібно придбати фірмі для забезпечення випуску інших благ – готової продукції. Основні види факторів – капітал, праця, земля (природні ресурси), а також підприємницький хист. Цінами факторів виробництва є, відповідно, *процент, ставка заробітної плати, рента і нормальний прибуток*.

Модель трудової активності індивіда. Припустимо, що добробут індивіда залежить від споживання x та трудової активності y , d – межа фізичних можливостей людини, q – оплата одиниці інтенсивності праці, α – показник схильності індивіда до споживання і праці. Модель трудової активності індивіда з урахування прожиткового мінімуму a , ренти r , податку γ записується у вигляді:

$$\begin{cases} \varphi(x, y) = (x - a)^\alpha (d - y)^{1-\alpha} \rightarrow \max \\ a \leq x \leq (1 - \gamma)qy + r \\ 0 \leq y \leq d \end{cases}$$

Оптимальна трудова активність індивіда визначається рівнянням:

$$y^* = \alpha d + \frac{(1 - \alpha)(a - r)}{(1 - \gamma)q} \text{ при } \alpha(1 - \gamma)qd > (1 - \alpha)(r - a), \text{ та}$$

$y^* = 0$ у протилежному випадку.

Приклад розв'язання задачі

Задача. Прожитковий мінімум 200 грн., ставлення індивіда до праці 0,5, заробітна плата 25 грн./год., межа фізичних можливостей 14 год./день, податок на доходи індивіда 30%. Визначити оптимальну трудову активність індивіда і його добробут, коли він отримує 100 грн. рентних доходів і коли 300 грн. рентних доходів.

Розв'язок. Задача записується у вигляді:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) &= (x - 200)^{0,5} (14 - y)^{0,5} \rightarrow \max \\ 200 &\leq x \leq (1 - 0,3) \cdot 25y + r, \\ 0 &\leq y \leq 14 \end{aligned}$$

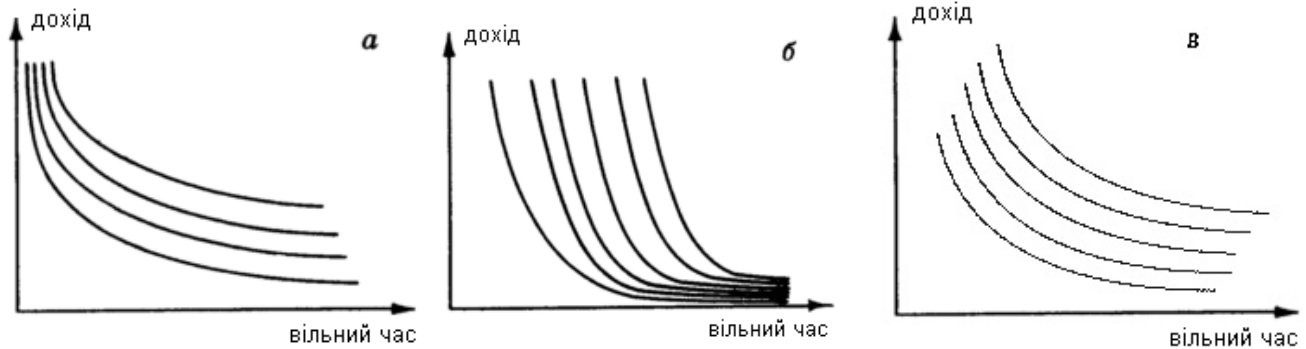
де $r = 100$ або $r = 300$. Тоді y^* може приймати значення:

$$y^* = \alpha d - \frac{(1 - \alpha)(r - a)}{(1 - \gamma)q} = 0,5 \cdot 14 - \frac{0,5(100 - 200)}{0,7 \cdot 25} = 9,86.$$

$$y^* = \alpha d - \frac{(1 - \alpha)(r - a)}{(1 - \gamma)q} = 0,5 \cdot 14 - \frac{0,5(300 - 200)}{0,7 \cdot 25} = 4,14.$$

Задачі

Задача 10.1. Який графік відповідає кожному з типів людей: любитель відпочинку, любитель праці, звичайна людина з розміреним ритмом життя?



Задача 10.2. В табл. 1 наведено дані величини граничного продукту в грошовому виразі (MRP_L) для кожної з 100 фірм.

- Визначте величину об'єму загального ринкового попиту на цей вид праці. Знайдені дані занести до табл. 2.
- Визначте рівноважну ставку заробітної праці.
- Визначте загальне число найнятих робочих.
- Визначте для окремої фірми граничні витрати на оплату праці, кількість найнятих робочих, величину заробітної плати.
- Визначте, як зміниться загальне число найнятих робочих, якщо встановлений мінімальний розмір заробітної плати на рівні 12.

Таблиця 1

Кількість одиниць праці	MRP_L (грн.)
1	15
2	14
3	13
4	12
5	11
6	10
7	9
8	8

Таблиця 2

Обсяг попиту на працю (людей)	Ставка заробітної плати (грн.)	Обсяг пропозиції праці (людей)
—	15	850
—	14	800
—	13	750
—	12	700
—	11	650
—	10	600
—	9	550
—	8	500

Задача 10.3. Заробітна плата за одиницю праці становить 45 тис. грн., заповніть таблицю та зробіть висновок, скільки працівників фірмі варто ще наймати.

Число зайнятих	Обсяг випуску	Граничний продукт праці	Ціна одиниці продукції	Граничний продукт праці у грошовому вираженні
0	0		3000	
1	10		3000	
2	25		3000	
3	34		3000	
4	40		3000	
5	44		3000	

Задача 10.4. У таблиці наведені дані про величину граничного продукту (MP) праці (L) і капіталу (K) і його грошового виразу. Обидва ресурси є змінними, їх купівля здійснюється на конкурентному ринку. Ціна праці дорівнює 2 грн., ціна капіталу – 3 грн.

Об'єм застосованої праці	MP_L	MRP_L (грн.)	Об'єм застосованого капіталу	MP_K	MRP_K (грн.)
1	10	5	1	21	10,5
2	8	4	2	18	9
3	6	3	3	15	7,5
4	5	2,5	4	12	6
5	4	2	5	9	4,5
6	3	1,5	6	6	3
7	2	1	7	3	1,5

а) Скільки одиниць праці і капіталу повинна використовувати фірма, щоб отримати максимальний прибуток?

б) При умові, що фірма отримує максимальний прибуток, визначити загальний обсяг продукту, загальну виручку, загальні витрати та величину прибутку.

Задача 10.5. Є певний станок, що буде використовуватись 3 роки, приносячи щорічний дохід в 2000 грн.. Його залишкова вартість до кінця третього року складе 6000 грн. Визначте ціну станку, повністю направлену на покриття витрат, якщо:

- Ставка процента складає 8%?
- Ставка процента складає 10%?
- Ставка процента складає 8%, але очікувана інфляція складе 7% на рік?

Задача 10.6. Продається вітряна електростанція, що протягом п'яти найближчого років забезпечить наступний потік чистих річних доходів: 160, 150, 140, 130, 120 гр.од. Яку максимальну ціну варто заплатити за електростанцію, якщо відомо, що в ці п'ять років депозитна ставка відсотка буде мати наступну динаміку, %: 5, 6, 4, 5, 7?

Задача 10.7. Студент має 100 грн. і вирішує: зберегти їх чи потратити. Якщо він може положити гроші в банк, то через рік отримає 112 грн. Інфляція становить 14% на рік.

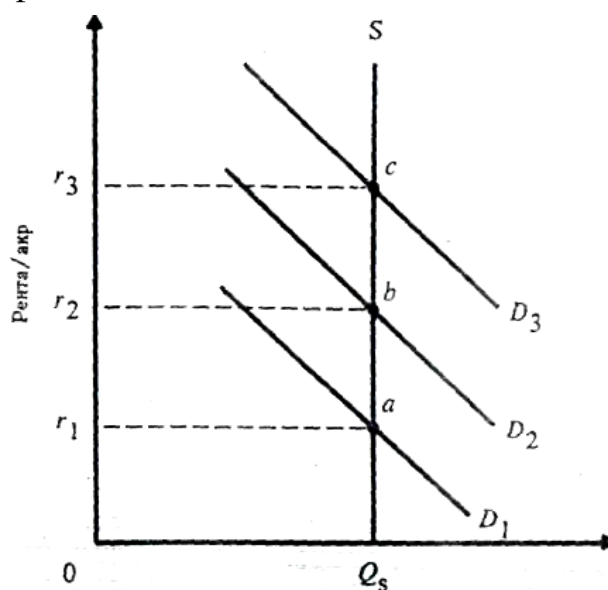
а) Яка номінальна процентна ставка?

б) Яка реальна процентна ставка?

в) Що порадили б студенту?

г) Яка була б Ваша порада, якщо інфляція знизилась до 10%?

Задача 10.8. Нехай на ринку капіталу попит $y = 10/x$, пропозиція $y = 10 * e^{x-1}$. Яку кількість капіталу фірма може залучити якщо вона використовує технологію $y = \sqrt{K}$, ціна капіталу становить 1, ціна продукції 4?



Задача 10.9. На рисунку представлена ситуація на ринку необроблених земельних ділянок. Вкажіть правильними або неправильними є наступні твердження:

а) Якщо попит на землю представляє крива D_2 , то загальний об'єм ренти дорівнює сумі площі $0r_2bQ_s$.

б) Так як попит на землю змінюється, то розміри економічної земельної ренти теж змінюються.

в) Якщо попит на землю – це крива D_2 , а величина податку на акр землі дорівнює ab , то загальна сума земельної ренти збільшиться на величину, рівну площі r_1r_2ba .

г) Якщо попит на землю підвищиться з D_2 до D_3 , а земельний податок становить bc , то чиста економічна рента залишиться незмінною.

Задача 10.10. Попит на працю та її пропозиція визначені формулами: $L_d = 100 - 20W$ та $L_s = -60 + 80W$ відповідно. Знайдіть рівень вимушеного безробіття, якщо мінімальна заробітна плата встановлена на рівні 2 од. в 1 год. Як зміниться загальний дохід працівників після встановлення мінімальної зарплати?

Задача 10.11. Розглядається фірма, яка є досконалим конкурентом на ринку готової продукції. Її виробнича функція в короткостроковому періоді записується формулою $Q = 200L^{0,5}$, де L – кількість працівників. Ціна готової продукції – 3 дол., а рівень заробітної плати – 30 дол. (ринок праці є конкурентним). Визначте, яку кількість працівників найме фірма, якщо вона максимізує свій прибуток.

Задача 10.12. В короткостроковому періоді виробнича функція фірми, яка є досконалим конкурентом на ринку готової продукції, $Q = 12L - L^2$; $0 \leq L \leq 6$, де L – кількість використаної праці (працівників/день), а Q – випуск за день. Ціна на продукцію фірми – 1 дол. за одиницю. Ринок праці – конкурентний. Визначте, яку кількість працівників буде найнято по ставці 4 дол./день.

Задача 10.13. Фірма продає продукцію на конкурентному ринку, на якому умови попиту задаються рівнянням $Q_d = 25 - P$, а пропозиції: $Q_s = P - 5$, де P – ринкова ціна; Q – об'єм угод в натуральному вираженні. Виробнича функція даної фірми задається рівнянням: $Q(L, K) = 30L - 2L^2 + 4K$, де Q – загальний випуск фірми; L і K – кількості використаних праці і капіталу. Визначте рівняння попиту фірми на працю, якщо ринок праці є конкурентним.

Задача 10.14. Припустимо, що єдиним доходом працівника на фірмі є заробітна плата. Функція корисності працівника має вигляд: $U = I \cdot H$, де I – його дохід, а H – кількість годин відпочинку в день. Визначте добову пропозицію праці працівником (в годинах).

Задача 10.15. Фірма є досконалим конкурентом на ринку готової продукції та покупає працю на досконало конкурентному ринку праці. Ціна на продукцію фірми – 60. Ринкова ціна оренди капіталу – 30. Виробнича функція фірми: $Q = (KL)^{0,5}$. Визначте ціну, за якою фірма буде купувати працю в довгостроковому періоді.

Задача 10.16. Адміністрація кафе “Мікро&Макро” оголосила про набір на роботу офіціантів. Попит описується рівнянням $L = 10 - 0,2w$, де L – кількість зайнятих, w – погодинна заробітна плата. 7 людей виявили бажання працювати в кафе: 2 готові працювати при зарплаті не менше 40 грн./год, 2 – не менш, ніж за 25 грн./год., 2 – не менше, ніж 20 грн./год, один готовий працювати за 15 грн./год.

а) Скільки офіціантів прийме на роботу кафе і при якій зарплаті? Проілюструвати відповідь графічно.

б) Держава встановила мінімальну заробітну плату в розмірі 40 грн./год. Скільки офіціантів найме кафе тепер?

Задача 10.17. Виробнича функція фірми, яка діє на конкурентному ринку має вигляд $Q = 500L^{\frac{1}{2}}$. Ціна одиниці продукції становить 2 дол.

а) Скільки працівників найматиме фірма, якщо заробітна плата за годину буде 100 дол.? Складіть функцію попиту на працю

б) Якщо заробітна плата 100 дол./год, то яку кількість продукції буде виробляти фірма при ціні 1 дол. Складіть функцію пропозиції фірми.

Задача 10.18. Функція корисності споживача записується формулою $U(b, y) = b - (10 - y)^2$, де b – рівень доходу за добу, y – час, який може використовуватися будь-яким чином ($y \leq 16$).

а) Складіть функцію індивідуальної пропозиції праці.

б) При якому рівні заробітної плати працівник повністю відмовиться від вільного часу, який дохід він отримуватиме?

в) Скільки годин буде працювати робітник, не отримуючи ніякої винагороди, якою буде його корисність?

Задача 10.19. Фірма, яка діє на конкурентному світовому ринку є монополістом на ринку праці (монопсонія). Виробнича функція фірми має вигляд: $Q(L) = 300L - L^2$, функція пропозиції праці – $L_S = 2w - 160$. Ціна готової продукції становить 0,5 грн. Визначте заробітну плату, кількість робітників, обсяги випуску продукції на ринку.

Задача 10.20. Фірма вирішила інвестувати кошти у придбання устаткування, строк експлуатації якого складає 5 років, після чого воно буде продано як лом по залишковій ціні 5000 доларів. Фірма збирається взяти кредит для того, щоб отримати необхідні для придбання устаткування кошти. Ціна устаткування складає 175 000 дол., які потрібно заплатити одноразово. Використання устаткування дозволить фірмі щороку скорочувати витрати на 50 000 дол. (вся економія на витратах враховується в кінці року). Функції пропозиції та попиту на капітал $L_D = 25\,000\,000 - 125\,000\,000i$ та $L_S = 2\,500\,000 + 62\,500\,000i$ відповідно, де i – ставка відсотку.

а) Визначити, чи варто фірмі інвестувати у придбання устаткування?

б) Припустимо, що попит на капітал виріс на 750000 дол. при кожному рівні ставки проценту. Як це вплине на ринкову ставку процента і на рішення фірми про придбання устаткування?

Задача 10.21. Функція попиту та пропозиції на ринку кваліфікованої праці

$L_D = 16000 - 500w$, $L_S = -10000 + 800w$. Фірма, що наймає працівників є монополістом на ринку праці, реалізує продукцію на конкурентному ринку.

а) Визначити кількість працівників, що наймає фірма та ставку їх заробітної

б) Визначити кількість працівників, що найматиме фірма і ставку оплати праці, якщо працівники об'єднуються в профспілку, яка буде виступати на ринку праці в ролі монополіста.

Задача 10.22. Виробнича функція фірми $Q = 4L^{0.5}$. Визначити обсяг попиту фірми на працю, якщо вона є:

а) досконалим конкурентом на ринку свого продукту при $P=9$ і ринку праці при $r_L=6$;

б) монополістом на ринку свого продукту, попит на який представлений функцією $Q^D = 24 - P$, і досконалим конкурентом на ринку праці при $r_L=6$;

в) досконалим конкурентом на ринку свого продукту при $P=9$ і єдиним покупцем праці, пропозиція якого представлений функцією $L^S = -2 + r_L$;

г) монополістом на ринку свого продукту, попит на який представлений функцією $Q^D = 24 - P$, і єдиним покупцем праці, пропозиція якого представлено функцією $L^S = -2 + r_L$.

Задача 10.23. Попит на продукцію фірми, що прагне максимізувати прибуток, відображається функцією $Q^D = 240 - 2P$, а технологія виробництва - функцією $Q = 2L^{0.5}$. Фірма є єдиним покупцем праці, пропозиція якого представлене

функцією $L_S = \left(\frac{r_L}{6}\right)^2$. Скільки праці фірма буде використовувати при ринковому

встановленні ціни праці й законодавчо встановленому мінімумі $r_{L\min} = 25$?

Задача 10.24. Фірма “Аква” звільнила 30% працівників, а іншим підняла зарплату на 40%. При цьому обсяг виробництва виріс на 5%. Як змінилася середня продуктивність праці, якщо всі працівники отримують однакову суму?

Задача 10.25. Індивід з функцією добробуту Стоуна може максимально працювати 16 годин на добу. Схильність до праці індивіда – 0.5. Прожитковий мінімум у країні – 100 од., рента індивіда – 25 од. Побудувати функцію пропозиції праці індивідом, якщо:

- а) податок становить 0%;
- б) податок становить 10%;
- в) податок становить 25%.

Задача 10.26. Функція корисності індивіда має вигляд $U = (b + 9)^{0.5} (16,5 - y)^{0.5}$, де b – сума грошей у розпорядженні, y – час роботи.

а) Скільки годин індивід буде працювати, якщо ціна праці $q = 1$.

б) Скільки годин індивід буде працювати, якщо ціна праці підвищиться до $q = 3$? Розкласти реакцію індивіда при підвищенні зарплатні на ефекти заміни та доходу.

Задача 10.27. У Мікроландії проживає 1000 робітників з функцією добробуту Стоуна, схильність до праці розподілена рівномірно на відрізьку $[0,2; 0,8]$. У країні діють наступні закони: працівники не мають додаткових доходів, крім зарплати, всі сплачують податок у розмірі 10% від загальних доходів, ніхто не може працювати більше 14 годин на добу, прожитковий мінімум в країні становить 120

од. Оцінити функцію пропозиції праці у Мікроландії за допомогою імітаційної моделі.

Задача 10.28. У Мікроландії в умовах досконалої конкуренції діють 100 фірм з виробничою функцією $y = a_0 K^{a_1} L^{a_2}$, де y – обсяг продукції у тис. штук, K – капітал фірми, L – кількість найманих працівників. Ціна готової продукції становить 15 гр.од. Коефіцієнти виробничої функції у кожної фірми різні. Кількість устаткування на фірмах може приймати такі значення: 1 (40% фірм), 2 (20%), 2,5 (20%), 3 (20%). Визначити, якою буде рівноважна ставка заробітної плати, якщо функція пропозиції праці становить $S_L = 30w - 120$.

Задача 10.29. В країні діє 2 типи фірм з виробничими функціями $Y = \alpha L^\beta$, де L – кількість робітників. Пропозиція на працю описується рівнянням $L = cw - d$, де w – розмір заробітної плати. Всі індивіди, що проживають в країні, є раціональними та максимізують свою функцію корисності $U = x_1^\lambda x_2^\mu \rightarrow \max$. В залежності від фінансових показників можуть відкриватися нові або банкрутувати старі фірми. Змодельовати рівновагу на даному ринку, якщо всі вироблені фірмами товари споживаються; ціни на товари встановлюються за умови рівності попиту і пропозиції; індивіди витрачають повністю зароблені гроші.

Задача 10.30. На ринку діють декілька компаній, які виробляють однакову продукцію за допомогою стандартизованого устаткування. Існує законодавче обмеження на максимальну кількість устаткування в одній фірмі. Кожна фірма максимізує прибутки, коригуючи попит на працю, загальний обсяг якої у державі є постійним. Задавши параметри виробничої функції у формі Коба-Дугласа змодельовати знаходження рівноваги економіки за перші N періодів.

Задача 10.31. У Мікроландії проживає $N=10000$ жителів, кожен з яких пропонує свою робочу силу відповідно до модифікованої моделі трудової активності індивіда:

$$\begin{cases} \varphi(x, y) = (x - a)^\alpha (d - y)^\beta m^\gamma \rightarrow \max \\ a \leq x \leq (1 - \gamma)qy + r \\ 0 \leq y \leq d \end{cases},$$

де m – поточна вартість власності індивіда, включаючи пенсійні та інші накопичення, що впливають на розмір ренти r . На початковому етапі вся існуюча в країні власність розподілена між індивідами за нормальним розподілом з параметрами $N(17000\$; 800)$. Наступні 1955 періодів всі індивіди діяли відповідно до ринкових умов, причому відомо, що ставка відсотку мінялася як AR(1) процес. Перед 1956 періодом держава приймає рішення про перехід до системи безумовного доходу, на що буде витрачатися 90% всього бюджету. Змодельовати зміни у країні впродовж наступних 711 періодів, визначити, як зміниться добробут індивідів. При розв'язанні задачі врахувати демографічні особливості: індивіди живуть в середньому 60 періодів, розподіляючи своє майно між дітьми.

Щорічний приріст дітей коливається в межах $\pm 1\%$ в залежності від зростання чи зменшення функції корисності індивідів. Ставка доходу на майно індивідів коливається в межах від 3 до 17% за деяким AR-процесом.