

Семінар №2. Моделі виробництва

Для всіх задач

- описати правила функціонування економіки;
- розробити відповідну інформаційну систему у програмному середовищі для демонстрації динаміки її розвитку;
- побудувати графіки динаміки та апроксимації рівноважного стану;
- зробити висновки щодо рівноважного стану.

Задача 2.1. Змодельовати діяльність конкурентного ринку з трьома фірмами та виробничими функціями: $Q_1 = a_1 * P^{-b_1}$, $Q_2 = a_2 * P^{-b_2}$, $Q_3 = a_3 * P^{-b_3}$, де Q - кількість вироблених товарів, P - ціна товару, a та b - параметри виробничої функції кожної фірми. Кожна фірма максимізує свій прибуток, а кожен індивід максимізує свою корисність. Є три групи індивідів з функціями корисності: $U_1 = X_1 * Y_1$, $U_2 = X_2 * Y_2^b$, $U_3 = X_3^a * Y_3$, де X та Y - кількість товарів та доходи відповідно, a , b - параметри індивідів (у кожного свої). Кожен індивід має обмежений дохід та має можливість купувати товари від трьох фірм на ринку. Змодельовати ринок, знайти рівновагу на ринку та оцінити прибутки кожної фірми. Можна досліджувати різні параметри виробничої функції, функції корисності та вартості виробництва, зміну оплати праці в залежності від прибутковості компанії.

Задача 2.2. Змодельовати ринок праці для двох фірм з різними виробничими функціями. Фірма 1 має виробничу функцію $y_1 = a * K_1 L_1$, а фірма 2 має виробничу функцію $y_2 = b * K_2 L_2$, де y - обсяг продукції у тис. штук, K - капітал фірми, L - кількість найманих працівників. Ринок праці складається з 2000 працівників. Кожен працівник може отримувати зарплату або дивіденди від наявних в нього акцій фірм. Функція корисності кожного працівника складається з доходу і рівня зайнятості. Задача полягає в тому, щоб за допомогою імітаційного моделювання знайти рівноважну кількість найманих працівників та зарплату для кожної фірми протягом заданої кількості періодів. Крім того, можна провести різні сценарії, наприклад, змінити

виробничі функції фірм, змінити кількість працівників на ринку, встановити мінімальну заробітну плату тощо.

Задача 2.3. Є три фірми, які виробляють однакові товари на ринку деякої країни. Кількість товару, яку вони можуть виробляти, залежить від кількості використаного капіталу і трудових ресурсів, згідно з наступними виробничими функціями:

$$\text{Фірма 1: } Q_1 = 10K_1^{2/3} L_1^{1/3}$$

$$\text{Фірма 2: } Q_2 = 16K_2^{1/3} L_2^{2/3}$$

$$\text{Фірма 3: } Q_3 = 12K_3^{1/2} L_3^{1/2}$$

де Q - кількість продукції, K - капітал, L - праця.

Початково попит на цей товар описується наступною функцією: $P = 500 - 0.1Q$, де P - ціна, Q - загальна кількість товару на ринку. Він може змінюватися в залежності від ціни попереднього періоду.

Фірми максимізують прибуток. Вони можуть вибрати кількість виробництва відповідно до виробничих функцій, а також встановлювати ціни.

Кожна фірма має свій власний набір витрат на виробництво, який визначається наступним чином:

$$\text{Фірма 1: } C_1 = 100K_1 + 100L_1$$

$$\text{Фірма 2: } C_2 = 200K_2 + 200L_2$$

$$\text{Фірма 3: } C_3 = 150K_3 + 150L_3$$

де C - витрати на виробництво.

Фірми також мають можливість взяти позику на ринку капіталу за певну ставку відсотків.

Змодельовати рівновагу на цьому ринку, якщо кожна з компаній може встановлювати стратегії згідно з алгоритмом Неша-Курно для олігополії з трьома фірмами.

Задача 2.4. Є монополіст, який виробляє продукт з витратами виробництва $C=10Q^{1/2}$, де Q - кількість виробленої продукції. Є дві групи споживачів, група А і група В, які мають різні функції корисності від цього продукту:

Група А: $U_A = 50Q_A^{-\alpha}$

Група В: $U_B = 100Q_B^{-\beta}$, де α та β – певні індивідуальні коефіцієнти.

Монополіст використовує цінову дискримінацію, що означає, що він може продавати продукт по різній ціні кожній з груп. Ціна, яку монополіст може запропонувати кожній групі, залежить від виробництва Q та від ціни, яку монополіст хоче продавати продукт всім споживачам P . Монополіст має на меті максимізувати свій прибуток. Змодельовати динаміку оптимальної ціни P , яку монополіст повинен запропонувати кожній групі споживачів та кількість продукції, яку він має виробити для досягнення максимального прибутку.

Задача 2.5. З Y місті знаходиться N магазинів одягу, які ведуть бізнес в умовах монополістичної конкуренції. Кожен магазин пропонує свою власну модель одягу та встановлює ціну за неї. Витрати на виробництво однієї одиниці продукції для кожного магазину складаються зі сталої витрати в розмірі M грн та змінної витрати в розмірі $k \cdot M$ грн ($0 < k < 0.4$) за одиницю продукції. Крім того, кожен магазин має витрати на рекламу, які складаються з постійних витрат та змінних витрат (на кожну одиницю продукції). Загальний попит на одяг складається з трьох груп споживачів. Перша група здатна придбати одяг за ціну до 1000 грн, друга група – за ціну до 1500 грн, а третя група – за будь-яку ціну. Кількість споживачів у кожній групі складає від 1 до 15 тис. осіб. Припустимо, що магазини мають можливість застосовувати цінову дискримінацію та встановлювати ціни на різних рівнях для кожної групи споживачів. Визначте оптимальну стратегію ціноутворення для кожного магазину та загальний обсяг продажів одягу в динаміці.

Задача 2.6. На ринку продукту X діє 5 фірм з виробничою функцією $Q = 30L$, де Q – кількість продукту, виготовлена фірмою, L – кількість найманих працівників. Ціна готової продукції становить P за одиницю. Кожна фірма має рівний доступ до ресурсів та її витрати на заробітну плату для кожного працівника складають W . Нехай

на ринку є три групи споживачів: бідні, середні та багаті, з наступними функціями корисності:

Бідні: $U(x) = x^{0.4}$, де x - кількість придбаного продукту.

Середні: $U(x) = x^{0.6} + I^{0.4}$, де I - дохід споживача.

Багаті: $U(x) = x^{0.8} + 2I^{0.2}$.

Фірми створили картель з метою підвищити прибуток. Необхідно змоделювати діяльність картелю та можливий його розпад в динаміці.

Задача 2.7. У регіоні діє ринок енергії з трьома постачальниками, які мають виробничі функції: $Q_1 = 20 * E_1^{(0,8)}$ для постачальника 1, $Q_2 = 15 * E_2^{(0,9)}$ для постачальника 2 і $Q_3 = 25 * E_3^{(0,6)}$ для постачальника 3, де Q – обсяг енергії (у МВт), E – витрати на енергоресурси (у млн грн). Попит на енергію описується функцією $P = 300 - 0,02(Q_1 + Q_2 + Q_3)$, де P — ціна за МВт. Витрати постачальників складаються з фіксованої частини (10 млн грн для всіх) та змінної ($C_1 = 5E_1$, $C_2 = 7E_2$, $C_3 = 6E_3$). Споживачі поділені на три групи з функціями корисності: $U_1 = Q^{(0,5)}$ для домогосподарств, $U_2 = Q^{(0,7)} * I^{(0,3)}$ для малого бізнесу та $U_3 = Q^{(0,9)}$ для промисловості, де I — дохід груп (10 тис., 50 тис. і 200 тис. грн відповідно). Постачальники можуть застосовувати часткову цінову дискримінацію залежно від груп споживачів. Змодельуйте ринкову рівновагу за алгоритмом олігополії, визначте оптимальні обсяги виробництва, ціни для кожної групи та прибутки постачальників, побудуйте графіки динаміки цін і обсягів, а також проаналізуйте вплив введення державної субсидії на енергоресурси на рівноважний стан.

Задача 2.8. Створити імітаційну модель, яка відображає взаємодію трьох олігополій на ринку. Кожна олігополія має власну функцію витрат (задається на початку роботи програми) та може обирати одну з трьох стратегій на кожному кроці моделювання: модель Штакельберга (лідер), модель Штакельберга (послідовник) або модель Курно. Створити механізм, який дозволяє олігополіям обирати стратегію на кожному кроці моделювання. Розрахувати точку рівноваги (обсяги виробництва та ціни) для кожного кроку на основі обраних стратегій та функцій витрат. Візуалізувати результати

(динаміку обсягів виробництва, цін та прибутку) для кожної олігополії за n періодів. Визначити частоту вибору кожної стратегії фірмами. Продемонструвати матрицю Неша.

Задача 2.9. У Мікроландії існує N підприємств, кожне з яких має рівно один виробничий цех, у якому має працювати m_0 працівників. Адміністрація будь-якого підприємства складає m_1 працівників. Виробництво на кожній фірмі здійснюється відповідно до функції $q = K^\alpha L^{1-\alpha}$, де K – кількість цехів, L – кількість зайнятих безпосередньо у цехах працівників.

Кожен з працівників сплачує податки за ставкою $t\%$ від заробітної плати, безробітні отримують грошову допомогу від держави, яка витрачає на це весь свій бюджет попереднього періоду. Ціна продукції у наступному періоді визначається як сума всіх доходів громадян (без податків) у поточному періоді, поділена на кількість виробленої продукції у поточному періоді.

Якщо в країні деякі дві фірми отримують прибутки протягом двох періодів поспіль, то вони об'єднуються (влада дозволяє не більше одного об'єднання за один період).

1. Розробити імітаційну модель такої економіки.
2. Побудувати графіки динаміки рівня цін, випуску продукції, рівня зарплат робітників протягом $K=200$ періодів, якщо $m_0=150$, $m_1=17$, $\alpha=0,6$, $t=20\%$, $N=100$, а в країні проживає 18000 людей.
3. Визначити, чи можлива економічна рівновага в цій країні.