

Семінар №1. Модель споживача

Для всіх задач

- описати правила функціонування економіки;
- розробити відповідну інформаційну систему у програмному середовищі для демонстрації динаміки її розвитку;
- побудувати графіки динаміки та апроксимації рівноважного стану;
- зробити висновки щодо рівноважного стану.

Задача 1.1. У Мікроландії проживає N індивідів з різними функціями корисності, які залежать від кількості споживання двох товарів. Кожного періоду у людей змінюються наявні доходи, що призводить до зміни попиту на товари. Вважаючи, що пропозиція в країні зростає кожного періоду на $M\%$, визначити рівноважні точки, а також індекси Пааше та Ласпейреса у динаміці. Розробити умови для функціонування такої економіки, побудувати графічно зміну параметрів у динаміці за L періодів. Запропонувати модель для опису змін параметрів.

Задача 1.2. Уявіть, що є дві групи споживачів, група А та група В. Кожен індивід в групі має функцію корисності, що залежить від кількості товару, що він купує, та від ціни товару. Ціна товару на кожному кроці встановлюється продавцем, але відрізняється для кожної групи споживачів. Крім того, кожен індивід має певний дохід, який він може витратити на покупку товарів. На кожному кроці дохід кожного індивіда залежить від його заробітку, який визначається випадковим чином відповідно до розподілу з певними параметрами. Група А має більш високий середній заробіток, ніж група В, але вона також має більшу волатильність розподілу заробітку. На кожному кроці група В має певну ймовірність збільшити свій дохід на деякий відсоток, який встановлюється заздалегідь. Група А не має такої можливості. Ви повинні створити імітаційну модель цієї економіки і дослідити, як різниця в заробітках та можливості збільшити дохід впливає на покупки товарів та загальну корисність кожної групи.

Задача 1.3. В економіці діє система пенсійного забезпечення. Існує покоління індивідів, які мають певні доходи і платять певний внесок у фонд пенсійного забезпечення. Кожен індивід з цього покоління має можливість вибрати одну з двох стратегій: "накопичувати" (зберігати свій внесок на своєму банківському рахунку) або "витрачати" (використовувати свій внесок на поточні потреби).

Крім того, в економіці наявні два покоління: "молоде" та "старе". "Молоді" індивіди працюють та платять внески у фонд пенсійного забезпечення, тоді як "старі" індивіди вже на пенсії та отримують виплати з цього фонду.

Ціни на товари та послуги в економіці постійно зростають на певну величину, задану вказаним користувачем розподілом, тому реальна вартість внесків зменшується з часом. При цьому, на кожному кроці частка внесків, яку індивід віддає на "накопичення" або "витрати", може змінюватись в залежності від рівня доходу та інших факторів.

Моделювання повинно враховувати зміну поколінь, різний вибір стратегій "накопичення" або "витрат", а також ефект інфляції на реальну вартість внесків. Метою моделювання є оцінка стійкості та ефективності системи пенсійного забезпечення в довгостроковій перспективі.

Задача 1.4. У країні споживачі мають обмежений бюджет і змушені обирати між двома групами товарів: необхідні товари та нормальні товари. Ціни на всі товари змінюються залежно від інфляції, але уряд встановлює граничний рівень зростання цін на необхідні товари. Споживачі мають функцію корисності, яка описує їхні переваги між групами товарів, і змушені перерозподіляти бюджет у відповідь на зміну цін. Потрібно змоделювати, як зміни в рівні інфляції впливають на вибір споживачів. Чи змінюється частка витрат на необхідні товари залежно від доходу споживачів? Який з ефектів (доходу чи споживання) переважає на кожному кроці? Побудувати динаміку показників за 200 періодів.

Задача 1.5. У Мікроландії індивіди мають функцію корисності $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$. Заробітна плата індивідів встановлюється державою на кожному кроці. З кожної заробітної плати індивіди сплачують податок на доходи (ставка міняється державою на кожному кроці в залежності від необхідних ресурсів), а решту витрачають на купівлю товарів. Якщо протягом двох поспіль періодів індивід не купує мінімально необхідні кількості товарів, то він вмирає. Природний приріст населення кожного періоду становить K індивідів. Держава витрачає податки на виплату допомоги з безробіття, причому заробітна плата перевищує допомогу на $M\%$. На ринку працює дві неприбуткові фірми з обмеженими виробничими функціями Коба-Дугласа (враховані тільки фактор праця та технологія), які випускають по одному товару в необхідних кількостях. Розробити імітаційну модель цієї економіки.

Задача 1.6. Розглянемо ринок товару, де існує два виробника і дві категорії споживачів - багаті та бідні. Багаті споживачі мають високі доходи і купують великі кількості товару, тоді як бідні споживачі мають низькі доходи і купують менші кількості товару. Функції корисності для кожної категорії споживачів мають вигляд:

$$\text{Багаті: } U_1(x_1, x_2) = 10\ln(x_1) + \ln(x_2)$$

$$\text{Бідні: } U_2(x_1, x_2) = 2\ln(x_1) + 4\ln(x_2)$$

де x_1 та x_2 - кількість товару 1 та товару 2, відповідно.

Виробники мають обмежену кількість ресурсів для виробництва обох товарів, тож вони мають виробничі функції вигляду:

$$\text{Виробник 1: } q_1 = f_1(K_1, L_1) = 4\sqrt{K_1}L_1^{1/4}$$

$$\text{Виробник 2: } q_2 = f_2(K_2, L_2) = 2\sqrt{K_2}L_2^{1/2}$$

де q_1 та q_2 - кількість вироблених товарів 1 та товарів 2, відповідно, K_1 та K_2 - капітал, а L_1 та L_2 - праця.

Для споживачів і виробників ціни на товари та заробітну плату встановлює держава. Початкова ціна товару 1 дорівнює $p_1 = 2$, ціна товару 2 дорівнює $p_2 = 1$. Заробітна плата бідних споживачів складає $w_2 = 2$, а багатих споживачів – $w_1 = 10$.

На початку моделювання всі споживачі купують лише товар 1, і заробітна плата не змінюється. Далі держава збільшує заробітну плату, що може призвести до зміни

ефектів доходу та заміщення для споживачів, які в свою чергу можуть змінити свої покупки. Наприклад, при збільшенні заробітної плати споживачі можуть купувати більше товару 1, або ж звернути свою увагу на інші товари, залежно від еластичності попиту на різні товари та зміни їх цін. Такі зміни можуть вплинути на економіку, і їх можна вивчити за допомогою імітаційного моделювання.

Задача 1.7. Припустимо, що в країні існує дві основні групи населення: селяни, які вирощують їжу, та робітники, які виробляють приладдя. Селяни мають виробничу функцію, яка залежить від кількості землі та кількості праці, а робітники мають виробничу функцію, яка залежить від кількості капіталу та кількості праці. Заробітна плата робітників залежить від кількості виробленого приладдя та кількості праці, а заробітна плата селян залежить від кількості вирощеної їжі та кількості праці.

Кожна особа може бути селянином або робітником. Кожен агент має свою виробничу функцію та заробітну плату. Кожен рік, певна частина селян може вирішувати стати робітниками, і їхня кількість буде збільшуватись на відповідну величину. Це може призвести до зміни ставки заробітної плати робітників, оскільки збільшення їхньої кількості призводить до збільшення виробленої кількості приладдя. Зменшення кількості селян може призвести до зменшення кількості продукції їжі в майбутньому.

Застосовувати методи математичного моделювання для аналізу динаміки розвитку такої економіки.