

Ставицький А.В., Харламова Г.О.

**МОДЕЛЮВАННЯ
МІКРОЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ**

Навчальний посібник

Київ-2018

УДК 330.101.542:004.942(075.8)
С75

*Рекомендовано до друку на засіданні Вченої ради економічного факультету
Київського національного університету імені Тараса Шевченка, протокол №5 від
12 грудня 2017 року.*

Рецензенти: **Черняк О.І.**, д.е.н., професор, завідувач кафедри економічної кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Гуменна О.В., к.е.н., доцент, декан факультету економічних наук (ФЕН), НУ "Києво-могилянська академія".

Ставицький А.В. Моделювання мікроекономічних процесів: Навчальний посібник. / Ставицький А.В., Харламова Г.О. – Київ, Аграр Медіа Груп, 2018. – 182 с.

ISBN 978-617-646-415-0

Навчальний посібник містить теоретичний матеріал та практичні задачі з курсу «Моделювання мікроекономічних процесів»: модель індивіда-споживача, моделювання діяльності фірм в ринкових умовах, моделювання ринків з домінуючою фірмою, моделювання загальної рівноваги, моделювання зовнішніх ефектів, екологічні моделі у мікроекономічному моделюванні, моделювання на ринках асиметричної інформації, теорія злочинів, моделювання ринків факторів виробництва, моделювання ризику, моделювання податкової політики, моделі аукціонів, мікроекономічне моделювання зовнішньої торгівлі, моделі загальної стохастичної рівноваги.

У посібнику викладені основні визначення за дисципліною. Для контролю і самоконтролю навчальних досягнень студента за кожною темою наведено опис основних понять та термінів, формули та представлення відповідних моделей. Після цього студенту запропоновані приклади розв'язків різноманітних типів задач. Кожна тема закінчується великою підбіркою задач, які для зручності розділені на дві групи: група А - теоретико-розрахункові задачі, група Б – задачі, які потребують написання комп'ютерної програми на основі розробленої власноруч моделі.

Посібник призначений для студентів класичних вузів гуманітарних напрямів очних та заочних форм навчання й може використовуватися для самостійного вивчення курсу.

ISBN 978-617-646-415-0

Зміст

ВСТУП.....	7
ТЕМА 1. ВСТУП ДО МІКРОЕКОНОМІЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ. 11	
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	11
ПРИКЛАД РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	12
ЗАДАЧІ	13
<i>Група А</i>	13
<i>Група Б</i>	14
ТЕМА 2. МОДЕЛЬ ІНДИВІДА-СПОЖИВАЧА	15
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	15
ПРИКЛАДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	24
ЗАДАЧІ	30
<i>Група А</i>	30
<i>Група Б</i>	44
ТЕМА 3. МОДЕЛЮВАННЯ ДІЯЛЬНОСТІ ФІРМ В РИНКОВИХ	
УМОВАХ.....	46
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	46
ПРИКЛАДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	52
ЗАДАЧІ	55
<i>Група А</i>	55
<i>Група Б</i>	71
ТЕМА 4. МОДЕЛЮВАННЯ РИНКІВ З ДОМІНУЮЧОЮ ФІРМОЮ 74	
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	74
ПРИКЛАД РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	75
ЗАДАЧІ	75
<i>Група А</i>	75
<i>Група Б</i>	79

ТЕМА 5. МОДЕЛЮВАННЯ ЗАГАЛЬНОЇ РІВНОВАГИ	81
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	81
ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ	82
ЗАДАЧІ	82
<i>Група А</i>	82
<i>Група Б</i>	84
ТЕМА 6. МОДЕЛЮВАННЯ ЗОВНІШНІХ ЕФЕКТІВ	85
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	85
ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ	86
ЗАДАЧІ	91
<i>Група А</i>	91
<i>Група Б</i>	94
ТЕМА 7. ЕКОЛОГІЧНІ МОДЕЛІ У МІКРОЕКОНОМІЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ	96
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	96
ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ	96
ЗАДАЧІ	97
<i>Група А</i>	97
<i>Група Б</i>	101
ТЕМА 8. МОДЕЛЮВАННЯ НА РИНКАХ АСИМЕТРИЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ	106
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	106
ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ	106
ЗАДАЧІ	109
<i>Група А</i>	109
<i>Група Б</i>	110
ТЕМА 9. ТЕОРІЯ ЗЛОЧИНІВ	112
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	112
ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ	114

ЗАДАЧІ	114
<i>Група А</i>	114
<i>Група Б</i>	115
ТЕМА 10. МОДЕЛЮВАННЯ РИНКІВ ФАКТОРІВ	
ВИРОБНИЦТВА	117
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	117
ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ	119
ЗАДАЧІ	120
<i>Група А</i>	120
<i>Група Б</i>	130
ТЕМА 11. МОДЕЛЮВАННЯ РИЗИКУ	132
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	132
ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ	132
ЗАДАЧІ	133
<i>Група А</i>	133
<i>Група Б</i>	134
ТЕМА 12. МОДЕЛЮВАННЯ ПОДАТКОВОЇ ПОЛІТИКИ.....	136
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	136
ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ	137
ЗАДАЧІ	138
<i>Група А</i>	138
<i>Група Б</i>	141
ТЕМА 13. МОДЕЛІ АУКЦІОНІВ.....	143
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	143
ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ.....	143
ЗАДАЧІ	146
<i>Група А</i>	146
<i>Група Б</i>	148

ТЕМА 14. МІКРОЕКОНОМІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗОВНІШНЬОЇ ТОРГІВЛІ	149
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	149
ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	149
ЗАДАЧІ	151
<i>Група А</i>	151
<i>Група Б</i>	153
ТЕМА 15. МОДЕЛІ ЗАГАЛЬНОЇ СТОХАСТИЧНОЇ РІВНОВАГИ..	154
ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ	154
ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	154
ЗАДАЧІ	158
<i>Група А</i>	158
<i>Група Б</i>	159
ТЕМА 16. ЗАДАЧІ КОМПЛЕКСНОГО МІКРОЕКОНОМІЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ	161
ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	161
ЗАДАЧІ	164
<i>Група А</i>	164
<i>Група Б</i>	165
ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ.....	172
ЛІТЕРАТУРА.....	179
ДЛЯ НОТАТОК.....	181

Вступ

Мікроекономіка відіграє важливу роль у розумінні поведінки різних економічних суб'єктів. Останні дослідження показують, що для правильного аналізу макроекономічних змін в будь-якій країні потрібно вивчати психологічні аспекти дій домогосподарств, складні взаємозв'язки між фірмами та економічним середовищем. Якщо ще 10-20 років тому можна було говорити про індивідуальний вибір індивіда, про загальні шаблони діяльності фірм, то сьогодні показує, що в умовах глобального маркетингу, постійно змінної макроекономічної політики урядів, для розуміння тих чи інших дій економічних суб'єктів слід розглядати тільки комплекс взаємовпливів, які потребують розгляду зовсім нових моделей. Внаслідок цього стандартний курс «Мікроекономіка» вже не готовий давати відповіді на нагальні питання сьогодні. Для прийняття рішень в сучасних умовах слід вивчати вплив конкретних економічних рішень на всю економічну систему.

Цей навчальний посібник містить основні матеріали та практичні задачі з курсу «Моделювання мікроекономічних процесів». У цій дисципліні поглиблюються та розширюються предметні області і методологічні засоби курсів «Економічна теорія», «Мікроекономіка», «Економетрика». Відмінністю курсу є поглиблене вивчення мікроекономічної теорії на основі математичних моделей, що формалізують основні економічні поняття. Доцільність такого роду курсу визначається необхідністю формування у студентів аналітичної апаратної бази для наступного вивчення таких курсів як «Моделювання макроекономічних процесів», «Глобалізація та економічна політика», «Трансформація економічних систем».

Базовими для вивчення курсу «Моделювання мікроекономічних процесів» є дисципліни економічного циклу, такі як «Економічна теорія»,

«Економічна історія», «Мікроекономіка», «Макроекономіка». Математичною основою курсу є дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Теорія ігор», «Економетрика», «Прикладна економетрика». Проте це не означає, що неможливо опанувати курс без попередньої підготовки. У посібнику наведено основні концепції та моделі для аналізу, а рекомендований список літератури допоможе підготуватися до вивчення окремих тем.

Структурно посібник складається з 16 тем, які охоплюють найважливіші питання сучасного мікроекономічного моделювання. Кожна тема містить опис основних понять та термінів, формули та представлення відповідних моделей. Після цього наводяться приклади розв'язків різноманітних типів задач. Кожна тема закінчується великою підбіркою задач, які для зручності розділені на дві групи.

Група А містить теоретичні задачі, які можна вирішити за допомогою розглянутих формул. Як правило, такі задачі мають типовий характер: індивіди максимізують свою корисність, фірми максимізують свій прибуток тощо.

Група Б містить задачі, які потребують написання комп'ютерної програми на основі розробленої власноруч моделі. Передбачається, що для розв'язання задачі слід спроектувати модель цілої економіки, де поряд з іншими суб'єктами діють індивіди та фірми різних типів, функціонують різноманітні ринки, існує уряд з певним бюджетом. При цьому слід запропонувати певні правила дій для кожного з суб'єктів, які можуть динамічно змінюватися. На основі цих залежностей будується імітаційна модель, яка буде показувати, як саме економіка змінюється у певні періоди часу і чи знаходиться певна рівноважна точка.

При написанні програм для розв'язання задач найпростішим видається застосування середовища MS Excel зі створенням блоків у VBA. Проте при опануванні курсу студенти можуть самостійно обирати інші програми, що

дозволять створити імітаційні моделі. Лише при вивченні теми №15 рекомендовано використовувати середовище Dynare, що дозволяє легко оцінювати DSGE моделі.

Слід чітко розуміти, що задачі групи Б є творчими, вони не можуть мати однозначної відповіді, оскільки правила для дій економічних суб'єктів можуть біти різними. Проте найважливішим при цьому є дослідження процесу знаходження певної рівноваги, дослідження того, як саме буде поводити економічна спільнота в різноманітних складних умовах.

Завдяки цьому очікується, що студенти зможуть не просто опанувати методи мікроекономічного моделювання та аналізу, але й використовувати результати мікроекономічного аналізу для розробки та прийняття управлінських рішень, демонструвати зв'язок між мікроекономічними рішеннями та макроекономічною політикою держави.

Таким чином, після завершення курсу очікується, що студенти будуть мати здатності:

1. критично мислити та генерувати нові ідеї.
2. абстрактно мислити, за допомогою аналізу та синтезу встановлювати взаємозв'язки між явищами та процесами.
3. проводити дослідження та презентувати результати.
4. застосовувати науковий, аналітичний, методичний інструментарій для управління економічною діяльністю.
5. використовувати сучасні інформаційні технології та економіко-математичні методи і моделі для дослідження економічних та соціальних процесів.
6. розуміти ключові тренди соціально-економічного та демографічного розвитку.
7. формулювати професійні задачі в сфері економіки, вибирати належні напрями і відповідні методи для їх розв'язання, беручи до уваги наявні ресурси.

8. обґрунтовувати управлінські рішення щодо ефективного розвитку суб'єктів господарювання.
9. розробки сценаріїв і стратегій розвитку соціально-економічних систем.
10. планувати, проводити та презентувати наукові дослідження, готувати результати наукових робіт до оприлюднення.
11. вибору, побудови, оцінки та аналізу економіко-математичних моделей на мікрорівні.

Тема 1. Вступ до мікроекономічного моделювання

Основні визначення

Мікроекономічні моделі – моделі, що описують взаємодію структурних та функціональних складових економіки, або поведіння окремої такої складової у ринковому середовищі.

Структура економічної системи включає взаємозв'язки фірм, домогосподарств, уряду, центрального банку на фінансових ринках, ринках продуктів, світовому ринку (див. рис.1)

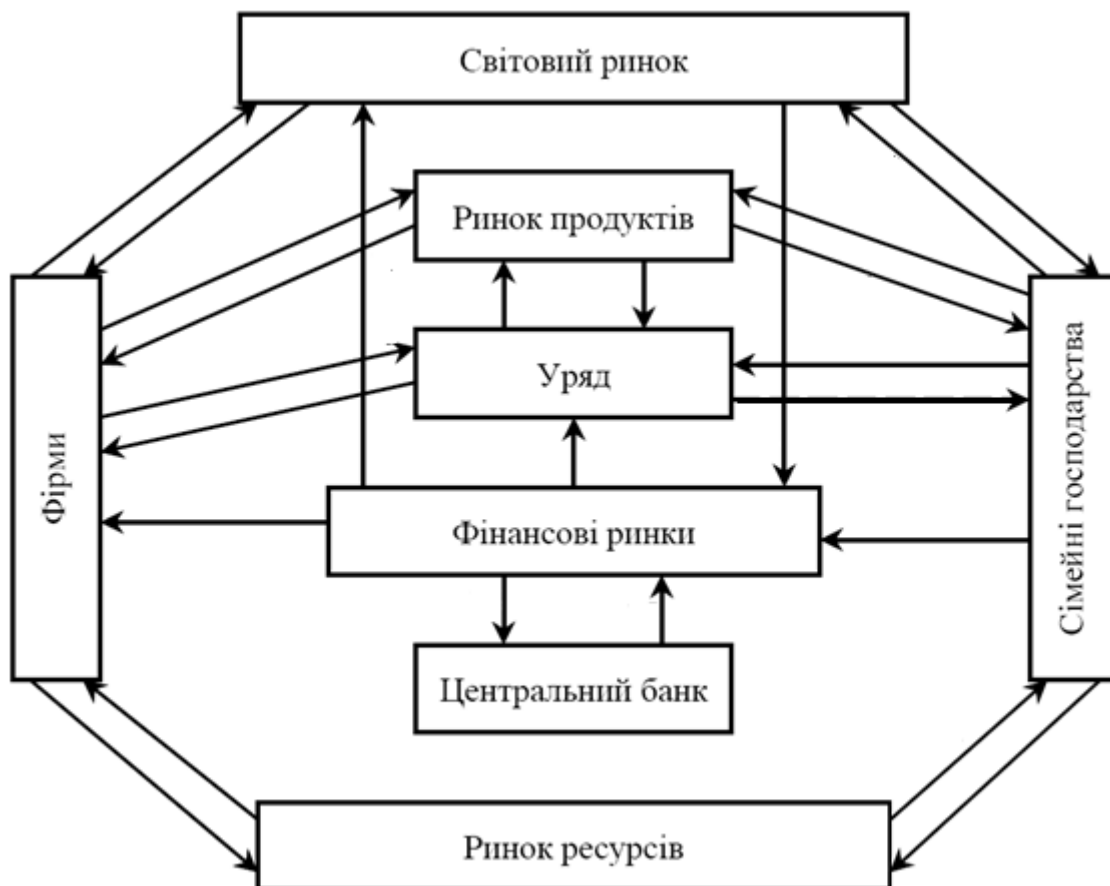


Рис.1. Структура економічної системи.

Основні припущення мікроекономіки:

- людина-егоїст;

- обмеженість ресурсів;
- раціональність людини;
- гарна інформованість людини;
- кількісний аналіз взаємозв'язків;
- статичний аналіз без суттєвих змін в економіці.

Концепції в мікроекономіці:

- П. Самуельсон: «виділених переваг» - здійснюється не оптимальний, а деякий послідовний вибір без суперечностей;
- Г. Саймон: «обмежена раціоналізація» - індивід шукає прийнятний варіант економічної поведінки;
- Х. Лайбенстайн: «змінна раціональність» - аналіз фізіологічних устремлінь людини в економії власних зусиль.

Приклад розв'язання задачі

Задача 1. На основі агрегованих даних спостережень за діями покупців у однотипних магазинах одного міста (див. табл.) оцінити функцію попиту на товар.

Ціна, гр.од.	17,10	17,20	17,30	17,40	17,50	17,60	17,70	17,80	17,90
Кількість покупок	1716	1692	1670	1645	1630	1599	1567	1512	1450

Розв'язок. Враховуючи малий масив даних для аналізу доцільно оцінити функцію попиту за допомогою простої лінійної регресії:

$$Q_t = \alpha + \beta P_t + \varepsilon_t,$$

де Q_t – кількість проданої продукції за ціною P_t у t -ому магазині. Використання методу найменших квадратів дозволяє записати вибірккову регресійну функцію:

$$Q = 7022\frac{1}{3} - 309\frac{1}{3}P, R^2 = 0,95.$$

(462,9) (26,4)

У дужках наведено середньоквадратичні відхилення для коефіцієнтів моделі. Модель є адекватною, всі коефіцієнти є значимими. Таким чином, моделлю можна користуватися для подальшого аналізу. Вона показує, що збільшення ціни на 1 гр.од. спричиняє падіння попиту на 309,3 од.

Задачі

Група А

Задача 1.1. Визначити основні об'єкти мікроекономічного аналізу. Розробити принципову блок-схему загальної мікроекономічної моделі.

Задача 1.2. Описати модель індивіда, який купує декілька товарів за певними цінами. Визначити умови для досягнення рівноваги моделі.

Задача 1.3. Проводиться рекламна акція: в піцерії за 25 гр.од. ви можете їсти скільки завгодно. Припустимо, що у піцерію приходять дві різні групи: перша платить 25 гривень і їсть скільки завгодно; друга платить тільки за те, скільки з'їла піци. Яка група в середньому з'їдатиме більше піци? Поясніть відповідь.

Задача 1.4. Монополіст максимізує дохід за наявності наступної функції попиту $Q = \alpha + \beta P + \varepsilon$. У минулому спостерігалася така залежність між цінами та рівнем продаж:

Q	3	3	7	6	10	15	16	13	9	15
P	18	16	17	12	15	15	4	13	11	6

Визначити максимальний дохід монополіста. Знайти ціну, яку запропонує монополіст.

Група Б

Задача 1.5. У Мікроландії живуть n осіб, кожна з яких має функцію корисності $u(x_1, x_2) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2}$, де x_1, x_2 – кількості товарів, причому для кожного жителя виконуються співвідношення $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$, $\alpha_1 \geq 0, \alpha_2 \geq 0$. Всі індивіди мають доходи у розмірі b . Створити програму, яка для заданих n , цін товарів моделює загальний обсяг споживання товарів у країні в залежності від рівня доходів b .

Задача 1.6. У Мікроландії живуть n осіб, кожна з яких має функцію корисності $u(x_1, x_2) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2}$, де x_1, x_2 – кількості товарів, причому для кожного жителя α_1 – випадкова рівномірно розподілена величина на проміжку $[0,3; 0,7]$, $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$, $\alpha_1 \geq 0, \alpha_2 \geq 0$. У кожному періоді:

- всі індивіди отримують доходи, які є нормально розподіленими випадковими величинами з параметрами (1000; 160).
- індивіди приймають рішення про купівлю товарів, витрачаючи весь наявний дохід;
- $K\%$ індивідів, що не можуть задовольнити мінімальну потребу в товарах (\bar{x}_1, \bar{x}_2) , вмирають від голоду;
- приріст населення за наявності голоду становить $\beta_1 \%$, за інших умов – $\beta_2 \%$;
- виробники товарів встановлюють ціни на продукти згідно з функціями пропозиції: $P_1 = 12 + 0,2Q_1$, де Q_1 – загальний обсяг пропозиції товару x_1 , P_1 – ціна товару x_1 ; $P_2 = 5 + 0,7Q_2$, де Q_2 – загальний обсяг пропозиції товару x_2 , P_2 – ціна товару x_2 .

Створити програму, яка для заданих $n, K, \beta_1, \beta_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2$ моделює загальний обсяг споживання товарів у країні у перші M періодів.

Тема 2. Модель індивіда-споживача

Основні визначення

Припущення щодо раціональної поведінки індивіда

Аксиома повноти – індивід завжди може порівняти набори товарів і визначити, який з них кращий або вони рівні для нього, тобто для довільних наборів товарів x, y виконується одне з тверджень $x \succ y, x \prec y, x \sim y$.

Аксиома транзитивності – індивід не змінює своїх уподобань в процесі вибору, тобто для довільних наборів товарів x, y, z якщо $x \succ y, y \succ z$, то $x \succ z$.

Гіпотеза про ненасиченість – для індивіда набір з більшою кількістю товарів завжди кращий, ніж набір з меншою кількістю. Ця гіпотеза не завжди виконується для мікроекономічного аналізу, наприклад, для шкідливих товарів.

Крива байдужості – крива, на якій розміщені всі еквівалентні для індивіда набори.

Основні властивості кривих байдужості:

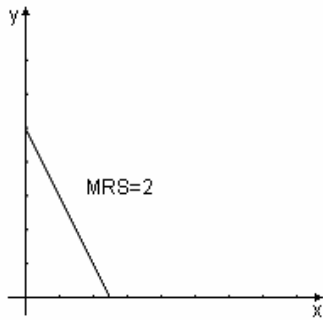
- 1) вони не перетинаються;
- 2) мають від'ємний нахил;
- 3) рівень корисності зростає при русі від початку координат.

Бюджетне обмеження показує, як обмежується вибір споживача в залежності від цін товарів p_1 і p_2 та доходу індивіда b .

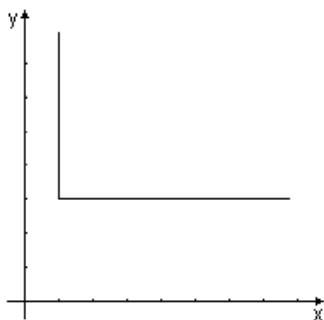
Рівняння бюджетної лінії записується у вигляді: $p_1x_1 + p_2x_2 = b$.

Нахил бюджетної прямої визначається за формулою $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{p_1}{p_2} = MRS$.

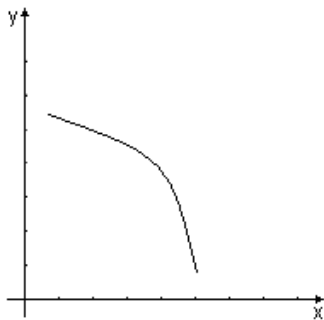
Найбільш відомі приклади типів товарів та їх криві байдужності.



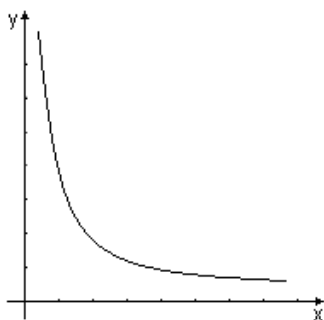
Субститути – товари, споживання яких може бути замінено з постійним відношенням. Якщо це відношення становить 1, то товари називаються **гомогенами**.



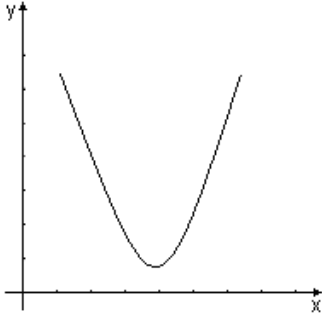
Доповнення – товари, які споживаються у фіксованому відношенні. Якщо відношення становить 1, то товари називаються **повними доповненнями**.



Шкідливі товари – товари, для яких збільшення їх споживання призводить до погіршення стану споживача.



Нейтральні товари – товари, будь-який розмір споживання яких не покращує і не погіршує стану споживача.



Товари насичення – товари, споживання яких покращує стан споживача лише до деякої межі, після чого додаткове споживання призводить до погіршення стану індивіда.

Модель індивіда-споживача:

$$u(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \max,$$

$$p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n \leq b,$$

$$x_i \geq 0, i = \overline{1, n},$$

де $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – функція корисності споживача,

$p_i, i = \overline{1, n}$ – ціна i -го блага,

$x_i, i = \overline{1, n}$ – кількість споживання i -го блага,

b – бюджет споживача.

Гранична норма заміщення – кількість товару y , від якої споживач готовий відмовитись в обмін на додаткову одиницю товару x при незмінному загальному рівні корисності:

$$MRS_{xy} = \frac{MU_x}{MU_y}.$$

Правило максимізації корисності: $\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} = \dots = \frac{MU_n}{P_n}$

При зміні ціни на товар 1 з рівня p_1 до $p_1 + \Delta p_1$ індивід переходить до споживання нового набору товарів. При цьому загальний ефект від зміни ціни за складається з двох частин:

ефект заміщення – зміна обсягу попиту, спричинена зміною відносної ціни товару при незмінному реальному доході:

ефект доходу – зміна обсягу попиту, спричинена зміною реального доходу при незмінності відносних цін.

Існують два підходи до визначення цих ефектів, які в науці пов'язані з іменами англійського економіста Дж. Хікса та українського математика і економіста Є.Є. Слуцького.

За **Є.Слуцьким** вважається, що лише той рівень грошового доходу, який достатній для придбання того самого **набору або комбінації товарів**, забезпечує незмінний рівень реального доходу:

$$b_s = x_1 (p_1 + \Delta p_1) + x_2 p_2 \Big|_{x_1, x_2 = const}, \text{ або}$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} \Big|_{b, p_2 = const} = -x_1 \frac{\partial x_1}{\partial b} + \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \Big|_{\substack{p_2 = const \\ b_s = b + x_1 \Delta p_1}}.$$

$x_2 - x_1 = ZE$ – загальний ефект

$x_3 - x_1 = EZ$ – ефект заміщення

$x_2 - x_3 = ED$ – ефект доходу

$ZE = EZ + ED$

Алгоритм пошуку точок E_1, E_2, E_3

1. знаходимо точку

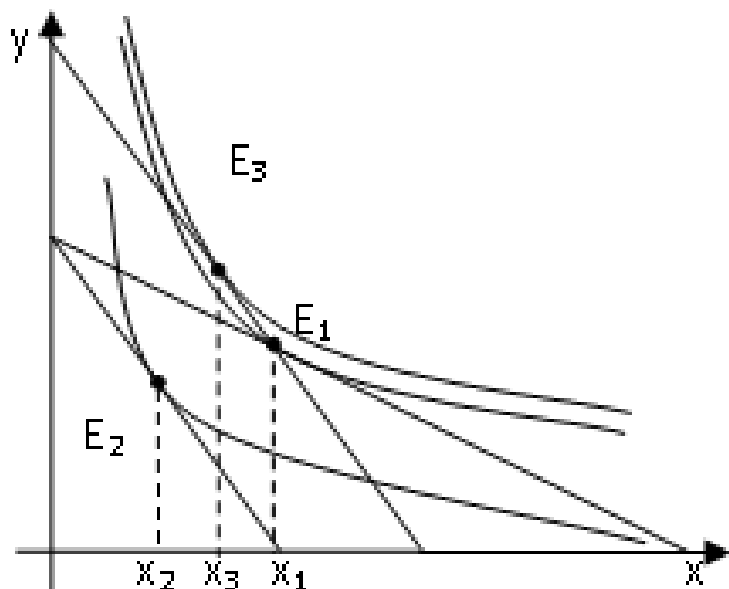
$E_1(x_1, y_1)$:

$$\begin{cases} u(x, y) \rightarrow \max \\ p_x x + p_y y \leq b \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

2. розраховуємо точку

$E_2(x_2, y_2)$:

$$\begin{cases} u(x, y) \rightarrow \max \\ p_x' x + p_y y \leq b \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$



3. знаходимо точку $E_3(x_3, y_3)$:

$$\begin{cases} u(x, y) \rightarrow \max \\ p_x \cdot x + p_y \cdot y \leq b \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

де $b' = p_x \cdot x_1^* + p_y \cdot y_1^*$

За **Дж.Хіксом** вважається, що різні рівні грошового доходу, які забезпечують той самий **рівень задоволення**, тобто дають змогу досягти тієї самої кривої байдужості, становлять однаковий рівень реального доходу:

$$b_H = x_1(p_1 + \Delta p_1) + x_2 p_2 \Big|_{u=\text{const}}, \text{ або}$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} \Big|_{b, p_2=\text{const}} = \frac{\partial x_1}{\partial b} \left(-\frac{\partial b}{\partial p_1} \right) \Big|_{u=\text{const}} + \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \Big|_{u, p_2=\text{const}} \cdot$$

Нехай ціна товару x знижується:

$x_2 - x_1 = ZE$ – загальний ефект

$x_3 - x_1 = EZ$ – ефект заміщення

$x_2 - x_3 = ED$ – ефект доходу

$ZE = EZ + ED$

Алгоритм пошуку точок E_1, E_2, E_3

1. знаходимо точку

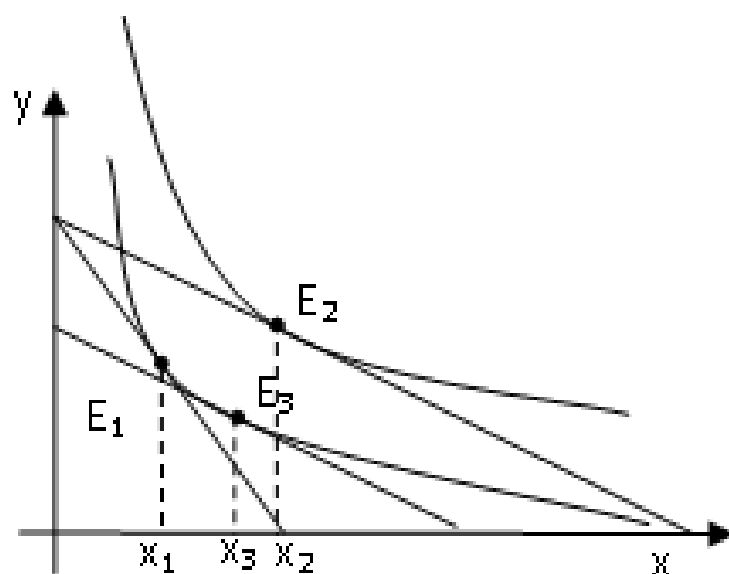
$E_1(x_1, y_1)$:

$$\begin{cases} u(x, y) \rightarrow \max \\ p_x \cdot x + p_y \cdot y \leq b \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

2. розраховуємо

точку

$E_2(x_2, y_2)$:



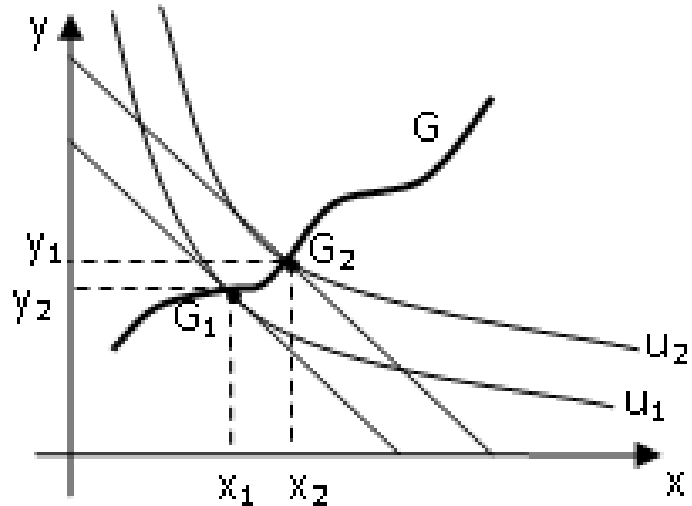
$$\begin{cases} u(x, y) \rightarrow \max \\ p_x \cdot x + p_y \cdot y \leq b \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

3. знаходимо точку $E_3(x_3, y_3)$:

$$\begin{cases} u(x, y) = u^* \\ p_x \cdot x + p_y \cdot y \leq b' = b + \Delta b \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

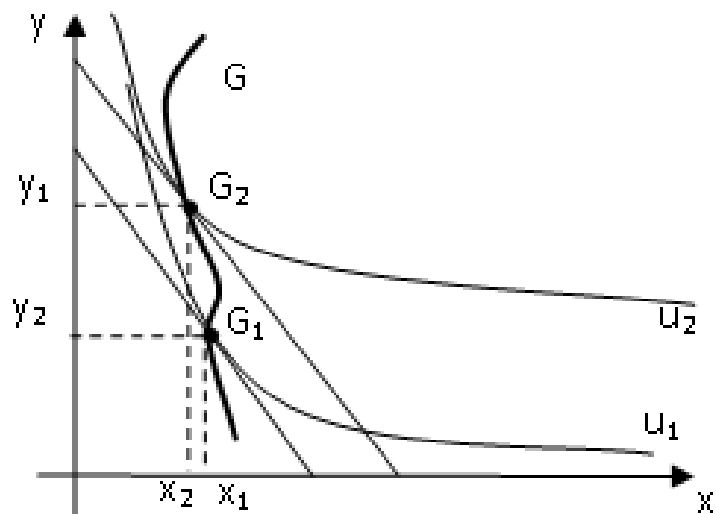
де $u^*(x_1, y_1) = u(x_1, y_1)$ - рівень задоволення в точці E_1

Крива “дохід - споживання” представляє собою безліч всіх оптимальних наборів або комбінацій товарів при зміні доходу споживачів і незмінному співвідношенні цін.



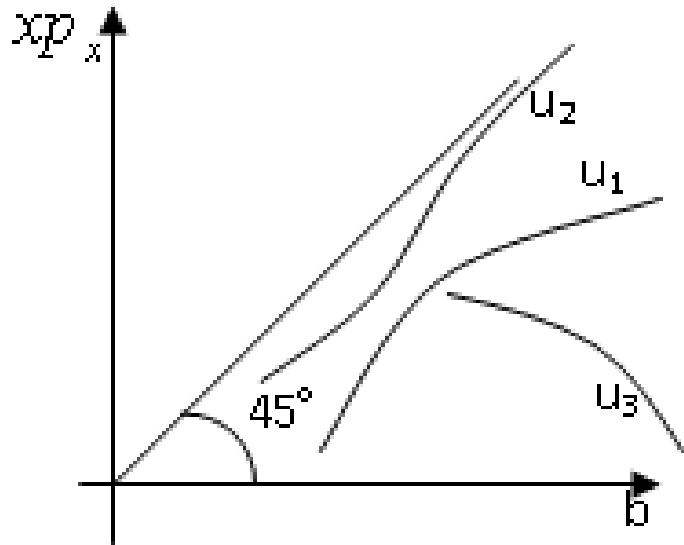
Якщо крива «дохід-споживання» має додатній нахил, то такі товари називаються **нормальними**.

Якщо з ростом доходу споживання одного товару збільшується, а іншого скорочується, то перший товар називається **неякісним, або товаром низької якості**, а другий товар називається **якісним**.



Крива Енгеля показує зв'язок між обсягом споживання товару і доходом споживача при незмінних цінах і перевагах. За нахилом кривої Енгеля можна визначити якість товару:

- u_1 - нормальний товар;
- u_2 - високоякісний товар;
- u_3 - товар низької якості.



Крива індивідуального попиту – це крива, що показує, яку кількість економічного блага готовий придбати споживач по різних цінах в даний момент часу.



Показник еластичності визначається відношенням відносної зміни однієї змінної до відносної зміни іншої.

Цінова еластичність попиту показує відсоткову зміну попиту на товар при зміні на 1% ціни на нього:

$$E_p = \frac{\Delta Q / Q}{\Delta p / p} = \frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{p}{Q}.$$

Величина цінової еластичності попиту, як правило, виражається від'ємним числом.

Попит **еластичний**, якщо $|E_p| > 1$ і **нееластичний**, якщо $|E_p| < 1$.

Еластичність попиту за доходом показує відсоткову зміну обсягу попиту при зміні на 1% доходу споживача:

$$E_I = \frac{\Delta Q / Q}{\Delta I / I} = \frac{\partial Q}{\partial I} \cdot \frac{I}{Q}.$$

Якщо еластичність попиту за доходом більша нуля $E_I > 0$, то такі товари називаються нормальними, або товарами вищої якості, а при $E_I > 1$ – предметами розкошу. Якщо ж $E_I < 0$, то товари відносять до категорії товарів нижчої якості.

Перехресна еластичність попиту – показник відсоткової зміни обсягу попиту на товар X при зміні на 1% ціни іншого товару Y :

$$E_{XY} = \frac{\Delta Q_X / Q_X}{\Delta P_Y / P_Y}.$$

Якщо два товари взаємозамінювані, то $E_{XY} > 0$, взаємодоповнювані при $E_{XY} < 0$ і не пов'язані між собою при $E_{XY} = 0$.

Індекс витрат або доходу – відношення грошового доходу або витрат поточного періоду до грошового доходу або витрат базового періоду:

$$I_E = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^t p_i^t}{\sum_{i=1}^n x_i^0 p_i^0}$$

Якщо $I_E > 1$, то грошовий дохід або витрати індивіда збільшилися у порівнянні з базовим періодом.

Індекс цін Ласпейреса – відношення вартості благ базового періоду в цінах поточного періоду до вартості благ базового періоду в цінах базового періоду:

$$I_L = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^0 p_i^t}{\sum_{i=1}^n x_i^0 p_i^0}$$

Індекс Пааше – відношення вартості благ поточного періоду в цінах поточного періоду до вартості благ поточного періоду в цінах базового періоду:

$$I_P = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^t p_i^t}{\sum_{i=1}^n x_i^t p_i^0}$$

Індекс Фішера – середнє геометричне індексів Ласпейреса та Пааше:

$$I_F = \sqrt{I_L \cdot I_P}$$

Альтернативні витрати – корисність події, що несумісна з іншою подією, обраною споживачем.

Приховані витрати – витрати, понесені в минулому, що не впливають на рішення споживача в майбутньому.

Приклади розв'язання задач

Задача 1. На вихідні Ви можете поїхати до Карпат покататися на лижах. Поїздка та плата за катання становлять 80 гр.од., але Ви готові заплатити 100 гр.од.

- а) Чи поїдете Ви до Карпат?
- б) Ваш друг пропонує полагодити його комп'ютер за 30 гр.од. Ви настільки любите збирати комп'ютери, що Ви б погодилися допомогти навіть безкоштовно. Чи поїдете Ви до Карпат в цьому випадку?
- в) Ви працюєте на вихідних у ресторані і можете заробити там 100 гр.од. Ця робота Вам не подобається, тому Ви її не будете виконувати менше, ніж за 90 гр.од. Чи поїдете Ви до Карпат?
- г) Якщо Ви не поїдете до Карпат, то Ви зможете відвідати виставку робіт відомого художника. Вхід для студентів – безкоштовний, але Ви так мріяли туди потрапити, що б заплатили навіть 15 гр.од. Чи поїдете Ви до Карпат в такому випадку?

Розв'язок.

- а) Корисність від поїздки до Карпат дорівнює 100 гр.од., витрати становлять 80 гр.од. Оскільки $100 > 80$, то поїздка доцільна.
- б) Поїздка до Карпат приносить 100 гр.од. корисності, втрати становлять $80 + 30 = 110$ гр.од. Оскільки $100 < 110$, то поїздка недоцільна.
- в) Корисність від поїздки у Карпати дорівнює 100 гр.од. Загальні витрати становлять $80 + (100 - 90) = 90$ гр.од. Оскільки $100 > 90$, то поїздка доцільна.
- г) Оскільки $100 > 80 + 15 = 95$, то поїздка недоцільна.

Задача 2. Гранична норма заміни одягу продуктами для Ірини є постійною – 3:2.

- а) Побудуйте карту кривих байдужості.

- б) Намалюйте бюджетне обмеження, якщо доход Ірини складає 100 гр.од., а ціни продуктів та одягу становлять відповідно 5 та 10 гр.од.
- в) Визначте оптимальний план споживання для Ірини.
- г) Визначте новий оптимальний план споживання, якщо ціна продуктів впала до 3 гр.од.

Розв'язок. Продукти та одяг для Ірини є субститутами, тому кривими байдужості будуть прямі, зображені на рисунку.



- а) Бюджетна лінія $2x_1 + x_2 = 20$ представлена на рисунку.



б) Оскільки товари є субститутами з нормою заміни 3:2, а ціни відносяться як 2:1, то Ірина буде споживати лише більш дешевий товар, тобто 20 одиниць продуктів.

в) Ціни товарів тепер відносяться як 10:3, що більше 3:2. Таким чином, оптимальний план споживання Ірини складається з 10 одиниць одягу.

Задача 3. Петро витрачає 20 гр.од. на добу на яблука та груші. Гранична корисність яблук для нього $20 - 3x$, гранична корисність груш $40 - 5y$, де x – кількість яблук, y – кількість груш. Ціни фруктів дорівнюють 1 гр.од. та 5 гр.од. за штуку відповідно. Яку кількість яблук та груш щоденно купуватиме Петро?

Розв'язок. Запишемо умову рівноваги для споживача:

$$\begin{cases} \frac{20 - 3x}{40 - 5y} = \frac{1}{5}, \\ x + 5y = 20, \end{cases}$$

звідки $x = 5$, $y = 3$.

Задача 4. На квітковому ринку за ціною 20 гривень за штуку за добу продається 6000 троянд. Визначено, що при цьому еластичність за ціною попиту та пропозиції становлять -3 та 2 відповідно. Як зміниться ціна троянд, якщо попит на них скоротиться на 20%? Яким буде обсяг продажів, якщо при початковому попиті продавці за кожною ціною будуть пропонувати на 1000 троянд більше?

Розв'язок. Значення $b = 3 \cdot 6000/20 = 900$; $a = 6000 \cdot (1 + 3) = 24000$; $n = 2 \cdot 6000/20 = 600$; $m = 6000 \cdot (1 - 2) = -6000$. Отже, навколо точки рівноваги $Q^D = 24000 - 900P$; $Q^S = -6000 + 600P$. Якщо попит знизиться на 20%, то ціна, що балансує попит та пропозицію визначиться з рівності: $0,8 \cdot (24000 - 900P) = -6000 + 600P \Rightarrow P = 19,1$. Отже, якби продавці в умовах початкового попиту за кожною ціною пропонували на 1000 троянд більше, то $24000 - 900P = -5000 + 600P \Rightarrow P = 19,3$; $Q = 6600$.

Задача 5. Індивід з рівнем доходу $b = 960$ споживає два товари за цінами $p_1 = 5$, $p_2 = 8$. Функція корисності індивіда $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Визначити ефекти доходу та заміщення при підвищенні цін на товари на 5 та 1 відповідно.

Розв'язок. Знаходимо початковий набір індивіда за допомогою розв'язання задачі:

$$\begin{aligned}x_1 x_2 &\rightarrow \max, \\5x_1 + 8x_2 &\leq 960, \\x_1, x_2 &\geq 0,\end{aligned}$$

звідки рівноважний набір має вигляд $E_1(96, 60)$. При цьому індивід отримує корисність $u(96, 60) = 5760$.

Тепер знаходимо кінцевий набір індивіда за допомогою розв'язання задачі:

$$\begin{aligned}x_1 x_2 &\rightarrow \max, \\10x_1 + 9x_2 &\leq 960, \\x_1, x_2 &\geq 0,\end{aligned}$$

звідки рівноважний набір має вигляд $E_2\left(48, \frac{160}{3}\right)$. При цьому індивід

отримує корисність $u\left(48, \frac{160}{3}\right) = 2560$.

Для знаходження ефектів доходу та заміщення за Слуцьким розв'яжемо задачу:

$$\begin{aligned}x_1 x_2 &\rightarrow \max, \\10x_1 + 9x_2 &= 10 \cdot 96 + 9 \cdot 60, \\x_1, x_2 &\geq 0,\end{aligned}$$

звідки рівноважний набір має вигляд $E_{3S}\left(75, \frac{250}{3}\right)$. При цьому індивід

отримує корисність $u\left(75, \frac{250}{3}\right) = 6250$. З цього випливає, що ефект доходу

через зміну першої ціни дорівнює $48 - 75 = -27$, ефект заміщення – $75 - 96 = -21$, загальний ефект $48 - 96 = -48$. Зміна ціни другого товару

спричинила такі ефекти: ефект доходу – $\frac{250}{3} - 60 = \frac{70}{3}$, ефект заміщення

$\frac{160}{3} - \frac{250}{3} = -30$, загальний ефект становить $\frac{160}{3} - 60 = -\frac{20}{3}$.

Для знаходження ефектів доходу та заміщення за Хіксом розв'яжемо задачу:

$$x_1 x_2 = 5760,$$

$$10x_1 + 9x_2 = 10 \cdot 96 + 9 \cdot 60 + C,$$

$$\frac{\partial(x_1 x_2)}{\partial x_1} = \frac{\partial(x_1 x_2)}{\partial x_2},$$

$$\frac{10}{9} = \frac{\partial x_2}{\partial x_1},$$

$$x_1, x_2 \geq 0,$$

звідки рівноважний набір має вигляд $E_{3H}(72, 80)$. При цьому індивід

отримує корисність $u(72, 80) = 5760$. З цього випливає, що ефект доходу

через зміну першої ціни дорівнює $48 - 72 = -24$, ефект заміщення – $72 - 96 = -24$, загальний ефект $48 - 96 = -48$. Зміна ціни другого товару

спричинила такі ефекти: ефект доходу – $\frac{160}{3} - 80 = -\frac{80}{3}$, ефект заміщення

$80 - 60 = 20$, загальний ефект становить $\frac{160}{3} - 60 = -\frac{20}{3}$.

Задача 6. Нехай є два ринка – ринок алмазів (кінцева продукція) і ринок працівників-обробників алмазів. Нехай, 1000 однакових фірм виробляють алмази та загальні витрати типової фірми мають вигляд $TC = q^2 + w \cdot q$, де

q – випуск окремо взятої фірми, w – зарплата працівників-обробників алмазів.

1. Якщо $w=10$, якою буде крива пропозиції окремо взятої фірми і крива галузевої пропозиції (короткостроковий період)? Скільки продукту буде вироблено при $P=20$? $P=21$?

2. Якщо відома залежність зарплати від загального галузевого випуску Q виду $w=0.002Q$, то як в такій ситуації зміниться функція галузевої пропозиції і величина пропозиції при $P=20$? $P=21$?

Розв'язок. 1. Знайдемо початковий об'єм пропозиції на ринку алмазів при $w=10$.

Оскільки $TC = q^2 + w * q$, то $MC(q) = 2q + 10$. Умова максимізації прибутку на ринку досконалої конкуренції $MC(q) = P$ дозволяє знайти функцію пропозиції окремо взятої фірми: $q_s = \frac{P}{2} - 5, P \geq 10$. Кількість підприємств $n = 1000$, тому галузева пропозиція

$$Q_s = 1000q_s = 500P - 5000, P \geq 10.$$

При $P=20$ $Q_s = 5000$; при $P=21$ $Q_s = 5500$.

Знайдені величини пропозиції товарів не враховують зворотну реакцію ринку праці на зміну на ринку алмазів.

2. При врахуванні зворотного зв'язку, тобто залежності $w=0.002Q$, функція загальних витрат окремої фірми буде мати вигляд $TC = q^2 + q * (0.002 * 1000q) = 3q^2$. Тоді $MC(q) = 6q$.

Функція пропозиції окремої фірми $q_s = \frac{P}{6}, P \geq 0$. Галузева пропозиція має вигляд: $Q_s = 1000q_s = \frac{500}{3} * P, P \geq 0$.

При $P=20$ $Q_s \approx 3333$; при $P=21$ $Q_s = 3500$.

В порівнянні з пунктом першим задачі об'єми пропозиції алмазів знизились, що пов'язане з ростом витрат виробництва.

Задача 7. Іван та Петро ділять між собою 20 кг яблук та 30 кг груш. Функції корисностей мають вигляд $u(x; y) = xy$ та $u(x; y) = xy$, де X – вага яблук, Y – вага груш. Побудувати криву контрактів.

Розв’язок. З умови оптимальності наборів по Парето випливає, що граничні норми заміщення для Івана і Петра співпадають. Нехай x_1 та y_1 – вага яблук та груш у Івана, x_2 та y_2 – вага яблук та груш у Петра. Тоді $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$.

Оскільки $\begin{cases} x_1 + y_1 = 20, \\ y_1 + y_2 = 30, \end{cases}$ то $\frac{y_1}{x_1} = \frac{30 - y_1}{20 - x_1}$, звідки $y_1 = 1,5x_1$ – рівняння контрактної прямої.

Задачі

Група А

Задача 2.1. Визначте Ваші альтернативні витрати, якщо сьогодні ввечері Ви дивитиметесь по телевізору улюблений фільм.

Задача 2.2. Випадково Вам подарували 2 квитки на концерт “Scorpions” на сьогоднішній вечір, які зазвичай коштують 3000 гр.од., але Ви їх зможете продати лише за 1800 гр.од.

- а) Від чого залежить ваш вибір: піти на концерт чи ні? Визначте витрати і вигоду в цьому випадку. Як повинен вчинити раціональний споживач?
- б) В умовах попереднього пункту Ви абсолютно випадково дізнаєтесь, що сьогодні також виступатиме Ф. Колінз. Ціна квитка на його концерт коштує також 3000 гр.од. Обидва концерти відбуватимуться в один час. Від чого залежить, який саме концерт Ви оберете? Обґрунтуйте Вашу відповідь.

Задача 2.3. Ви їдете в гості до родички на День народження, яка має на банківському рахунку 1 000 000 гр.од. Ви вирішили купити вазу вартістю 1400 гр.од. для того, щоб підвищити шанси стати її спадкоємцем.

- а) Коли Ви йшли по дорозі з вазою, Вас збив з ніг невідомий, а ваза розбилась. Чи купите Ви ще одну вазу для Вашої родички?
- б) Перед придбанням нової вази Ви почули по радіо виступ міністра економіки, який повідомив, що очікується висока інфляція, тому Ви вже не так зацікавлені бути спадкоємцем. Чи купите Ви нову вазу для Вашої родички?

Задача 2.4. Шлях до університету можна подолати мотоциклом або автобусом. Якщо погода добра, то поїздка мотоциклом приносить задоволення (у грошовому еквіваленті 10 гр.од./доба), а якщо погода погана, то – невдоволення (–30 гр.од./доба). Проїзд на автобусі незалежно від погоди не приносить ні задоволення, ні невдоволення (0 гр.од./доба), місячний абонемент на автобус коштує 100 гр.од. Статистична імовірність поганої погоди складає 30%.

- а) Чи доцільно придбати місячний абонемент, якщо Ви здійснюєте проїзд до університету 30 разів на місяць?
- б) Припустимо, що перед початком місяця у Вас вже є місячний абонемент. Чи будете Ви за доброї погоди використовувати мотоцикл? Якими будуть Ваші альтернативні витрати?
- в) Ваш друг пообіцяв, що купить Ваш місячний абонемент на останні 5 днів місяця за 60 гр.од. Чи змінить це Ваше рішення щодо пункту а)?

Задача 2.5. Вивести непряму функцію корисності для індивіда з функцією корисності $u(x_1, x_2) = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{1/\rho}$.

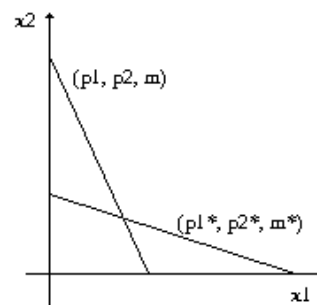
Задача 2.6. Вивести функцію корисності для індивіда, якщо непряма функція корисності задана формулою: $v(p_1, p_2, y) = y(p_1^\alpha + p_2^\alpha)^{-1/\alpha}$.

Задача 2.7. Нехай функція попиту споживача на сік має вигляд: $x_1 = 10 + \frac{b}{10p_1}$.

Дохід дорівнює 120 гр.од. на тиждень, ціна соку 3 гр.од. Визначити попит споживача початковий та при зниженні ціни до 2 гр.од., визначити сукупну зміну у попиті, підрахувати ефект заміщення. Який має бути рівень доходу, щоб утримувати купівельну спроможність незмінною при зниженні ціни? Чому дорівнюватиме попит споживача на сік за нової ціни, 2 гр.од., за цього рівня доходу? Визначити ефект доходу.

Задача 2.8. Яке з наступних тверджень є вірним для ситуації, зображеної на рисунку:

- а) $p_1 p_2^* < p_2 p_1^*$;
- б) $m p_2^* > m^* p_2$;
- в) $p_1^* > p_1$ та $p_2^* > p_2$;
- г) $m^* < m$ та $p_1^* > p_1$?



Задача 2.9. Микола витрачає протягом місяця 120 гр.од. на придбання цигарок (5 гр.од./пачка) та молока (2 гр.од./літр).

- а) Побудуйте Ваше бюджетне обмеження, визначте нахил бюджетної лінії.
- б) За пропозицією міністерства охорони здоров'я ціни на цигарки підвищили до 10 гр.од. Яку кількість товарів зможете споживати Микола?
- в) Підвищення ціни на цигарки було розкритиковане Верховною Радою, і уряд прийняв рішення надати субвенції виробникам молока: 50% ціни

молока держава бере на себе. Які можливості споживання стоять перед Миколою?

г) Мер Києва вирішив стимулювати людей купувати молоко: при купівлі більше 8 літрів молока, 2 літри отримують безкоштовно. Який вплив має це рішення? Проілюструйте його графічно.

Задача 2.10. Телефонна компанія “Мобільний – для студентів” пропонує такий тариф: перші 50 хвилин – безкоштовно, наступні 100 хвилин – 0,25 гр.од. за хвилину, усі наступні хвилини коштують 0,50 гр.од. кожна.

- а) Побудуйте графічно бюджетне обмеження, якщо на телефон та всі інші товари у Вас є всього 400 гр.од.
- б) Як зміниться графік при зменшенні тарифів на всі хвилини після 150-ї до 0,25 гр.од.?

Задача 2.11. Сергій після занять ходить до кафе відпочивати. Кожного разу він споживає одну пляшку пива (10 гр.од.) та 2 пакети солоних горішків (5 гр.од./пакет) і витрачає, як правило, 150 гр.од.

- а) Намалюйте криві байдужості Сергія. Чому дорівнює гранична норма заміщення цих товарів? До якого типу відносяться переваги Сергія?
- б) Визначте оптимальний план споживання для Сергія. Скільки витрачає Сергій?

Задача 2.12. Студент протягом двох семестрів вивчає економетрику та економічну теорію. До диплому зараховується найнижчий з отриманих балів з економетрики і найвищий – з економічної теорії. Побудувати криві байдужості для двох предметів.

Задача 2.13. В чашці кава та вершки. Добавка вершків завжди підвищує корисність напою. Якщо кількість кави перевищує 30 г, то додаткова кава

не збільшує корисності напою, а при меншій кількості кави його гранична норма заміни дорівнює 0,5 г вершків/г кави. У чашці 26 г кави та 40 г вершків.

- а) Побудуйте криву байдужості для даної чашки.
- б) Чи вигідно поміняти дану чашку на чашку з 28 г кави та 38 г вершків?
Чи вигідно поміняти дану чашку на чашку з 32 г кави та 37 г вершків?
- в) Ціна 1 г кави коштує 2.5 гр.од., 1 вершків – 1 гр. од. Якщо у індивіда 100 гр.од., то який найкращий напій він споживатиме?

Задача 2.14. Іван максимізує свою функцію корисності $u(x_1, x_2) = x_1x_2$, де x_1 – кількість пар джинсів, x_2 – модних штанів. Батько дає йому 600 гр.од. Кожна пара джинсів коштує 60 гр.од., штанів – 100 гр.од.

- а) Скільки одягу треба купити Івану?
- б) Батько з нагоди свого дня народження пообіцяв Петру подвоїти його бюджет, якщо той успішно складе черговий іспит. Скільки одягу зможе купити Іван?
- в) Іван не склав іспиту, але у магазині можна купити одяг з 40% знижкою. Скільки він купить одягу?
- г) На жаль, Іван не встиг на розпродаж. Друг повідомив йому, що у далекому селищі Хапай продають джинси лише за 50 гр.од. Друг пропонує поїхати разом на його машині, причому Івану потрібно заплатити лише половину вартості бензину – 40 гр.од. Чи потрібно Івану туди їхати?

Задача 2.15. Індивід має функцію корисності $u = xy^2$. Ціни товарів $p_x = 5$ та $p_y = 20$.

- а) Підрахуйте граничну норму заміщення для цієї функції корисності.

б) Дайте графічну та економічну інтерпретацію граничній нормі заміщення?

в) В якій кількості буде споживати товари індивід, який максимізує свою корисність?

Задача 2.16. Індивід споживає два товари у кількостях x_1 та x_2 за цінами p_1 та p_2 , маючи функцію корисності $u = ax_1 + x_2$ та бюджет b .

а) Визначте рівняння для кривих байдужості для деякого рівня корисності u_0 .

б) Намалюйте графічно оптимум індивіда для випадку, коли $\frac{p_1}{p_2} > a$ (з точними позначеннями кривих та вісей).

в) Ціна p_1 зменшилася так, що $\frac{p_1}{p_2} < a$. Намалюйте графічно оптимум індивіда.

Задача 2.17. Індивід, який має функцію корисності $u = x_1^2 x_2$, вибирає між товарами, ціни яких p_1 та p_2 .

а) Знайдіть оптимум для індивіда при $b = 105$.

б) Визначте функцію попиту на товар 1.

в) Поясніть різницю між чисельною та порядковою функціями корисності.

Задача 2.18. Доход індивіда становить 24 гр.од. на тиждень, які витрачає на придбання товару x за ціною 1 гр.од. за шт. і товару y за ціною 2 гр.од. за шт. Знайти набір, що максимізує корисність для споживача, якщо:

а) товари споживаються в комплекті 2 одиниці x та 1 одиниця y ;

б) споживачеві байдуже, який з товарів придбати, важливо скільки;

в) корисність товарів виражається функцією $U(x, y) = xy$;

г) корисність товарів виражається функцією $U(x, y) = 4\sqrt{x} + y$.

Задача 2.19. Функція корисності споживача $U(x, y) = (x + 2)(y + 1)$.

- а) Записати рівняння кривої байдужості, що проходить через точку (2;8) і побудувати її.
- б) Побудувати бюджетне обмеження, якщо ціни товарів дорівнюють 1 гр.од., а бюджет складає 11 гр.од.
- в) Знайти точку оптимального споживання та визначити корисність в цій точці.

Задача 2.20. Студент завжди їсть сосиски у вигляді бутербродів, що складаються з однієї булочки, сосиски й однієї ложечки гірчиці. Кожний такий бутерброд приносить 15 одиниць корисності.

- а) Як виглядають криві байдужості студента? Якщо сосиска коштує 10 гр.од., булочка 4 гр.од., а ложечка гірчиці 1 гр. од., як корисність буде залежати від витрат на ці блага?
- б) Скільки бутербродів зможе з'їсти студент, якщо у нього 500 гр.од., а його функція корисності $U(x_1, x_2) = x_1 x_2^2$, де x_1 - кількість бутербродів, x_2 - кількість грошей?

Задача 2.21. Оксани потрібно розподілити 1200 хвилин вільного часу на підготовку до 2 іспитів, причому загальною оцінкою за курс в її сприйнятті стане мінімальна оцінка з двох предметів. Вона знає, що на іспитах отримає 0 балів, якщо не буде готуватися взагалі. Кожні 10 хвилин, які студентка витрачає на підготовку до першого іспиту, підвищують її оцінку на цьому іспиті на один бал. Кожні 20 хвилин, які студентка витрачає на підготовку до другого іспиту, підвищують її оцінку на цьому іспиті на один бал.

- а) Намалуйте “бюджетну лінію” Оксани та карту її “кривих байдужості”.

- б) Яким чином Оксана розподілить власний час на підготовку до іспитів?
- в) Нехай оцінкою за курс Оксана вважає максимальну з двох оцінок. Як зміниться розв'язок б)?

Задача 2.22. Функція корисності $U = xyz$, дохід індивіда 48, ціна на продукти x, y, z дорівнюють 4, 2 та 5 відповідно. Знайти рівноважний набір.

Задача 2.23. Функція попиту $U = xy$, ціна продукту X дорівнює 2, дохід дорівнює 120. Побудувати криву „ціна-споживання” та криву попиту на товар Y .

Задача 2.24. Марина споживає лише яблука і банани, її функція корисності $u(x_1, x_2) = x_1x_2$. Ціна яблук 3 гр.од., ціна бананів 6 гр.од. Доход Марини складає 120 гр.од. на добу. а) Яким буде для неї оптимальний вибір? б) Нехай ціна яблук зросла на 25%, а ціна бананів впала на 60%. Яким повинен бути дохід на добу у цьому випадку, щоб досягти попереднього набору?

Задача 2.25. Індивід, отримуючи зарплатню 960 гр.од., споживає 2 товари по цінах 7 та 5 гр.од. Нехай функція корисності індивіда $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1x_2}$.

- а) Визначити рівень споживання індивіда.
- б) Після одруження індивід став половину всіх товарів віддавати дружині.
- в) Розрахувати індекс зміни споживання індивіда.
- г) Після розлучення у індивіда змінилася функція корисності: $u(x_1, x_2) = x_1x_2$. Розрахувати новий стан рівноваги індивіда.
- г) Нещодавно підвищилися ціни на товар x_2 до 6 гр.од. Розрахувати новий стан рівноваги, визначити ефекти доходу та заміщення.

д) Інфляційні очкування змусили підняти ціни на товари до рівня 10 та 9 гр.од. відповідно. Розрахувати новий стан рівноваги та ефекти доходу та заміщення у порівнянні з попереднім пунктом.

е) Як має підвищитися платня індивіду, щоб захистити його від інфляції?

Задача 2.26. Домогосподарство споживає два товари x_1 та x_2 за цінами p_1 та p_2 відповідно, витрачаючи суму b . Ціна товару 2 зростає. Намалюйте зміну попиту на обидві товари та розбийте її на ефекти доходу та заміщення за

- 1) Слуцьким;
- 2) Хіксом.

Розгляньте при цьому наступні випадки:

- а) x_2 – товар низької якості;
- б) x_2 – нормальний товар;
- в) x_2 – товар Гіфена;
- г) x_2 – звичайний товар.

Що спільного у цих випадках?

Задача 2.27. Споживач витрачає 40 гр.од. на товари x_1 та x_2 , які коштують 4 гр.од. та 2 гр.од. відповідно.

а) Намалюйте бюджетне обмеження споживача та криву байдужості, яка

описується формулою
$$x_2 = 4 + \frac{32}{x_1}.$$

б) Ціна на товар x_2 зросла на 2 гр.од. Намалюйте нові бюджетне обмеження споживача та криву байдужості. Знайдіть ефекти заміщення та доходу за

Хіксом. Покажіть, що на відміну від ефекту доходу, ефект заміщення завжди позитивний;

в) Знайдіть ефекти доходу та заміщення за Слуцьким, якщо ціна товару x_2 зросла на 2 гр.од.

Задача 2.28. Петро, у якого є 360 гр.од., бажає максимізувати свою корисність $u = x_1 x_2^2$ купуючи CD диски з музикою $p_1 = 24$ гр.од. та іграми $p_2 = 15$ гр.од.

а) Знайдіть оптимальний план споживання для Петра.

б) Друг Петра Дмитро має функцію корисності $u = x_1^2 x_2^4 + 54$. Якщо Дмитро має також 360 гр.од., то що він буде споживати?

в) Через підвищення цін на музичні CD, Микола збільшив свій попит на ігрові CD. Які якості мають для Миколи ці товари?

г) Чи вірно, що музичні CD є для Миколи товаром "низької якості"?

Задача 2.29. Споживач з рівнем доходу 400 гр.од. купує 25 одиниць продуктів та 15 одиниць одягу за однакової ціни – 10 гр.од. за одиницю. Рівень доходів впав до 336 гр.од., ціна на продукти зменшилася до 8 гр.од. за одиницю, ціна одягу піднялася до 12 гр.од. Споживач купує 30 одиниць продуктів та 8 одягу. Чи зріс його добробут після зміни цін?

Задача 2.30. Функція корисності індивіда $u(x_1, x_2) = x_1 x_2^2$, бюджетне обмеження $3x_1 + 2x_2 = 100$. Ціна першого товару зменшується на 1 гр.од.

а) Знайти ефекти доходу та заміщення за Слуцьким.

б) Знайти ефекти доходу та заміщення за Хіксом.

Задача 2.31. Яблука в два рази дешевші груш. Петро може купити 10 яблук та 5 груш. На скільки відсотків потрібно збільшити заробітну плату Петру, щоб він міг купити 14 яблук та 8 груш?

Задача 2.32. Функція корисності індивіда з доходом $b = 350$ задана формулою $u(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3^2$. Ціна на товари становлять $p_1 = 7$, $p_2 = 5$, $p_3 = 4$.

а) Визначити споживчий набір індивіда.

б) Після зміни уряду ціни на товари змінилися $p_1 = 8$, $p_2 = 6$, $p_3 = 6$, а дохід індивіда зріс до $b = 400$. Визначити новий споживчий набір індивіда. Визначити ефекти доходу та заміщення. Визначити індекси Ласпейреса і Пааше.

Задача 2.33. Споживач має функцію корисності $u = x_1 x_2$, бюджет $b = 100$ гр.од. ціна на товар 2 становить 1 гр.о, на товар 1 – зростає з 4 до 5 гр.од. Розрахувати ефекти доходу та заміщення за Слуцьким та Хіксом.

Задача 2.34. Функція корисності домогосподарства описується формулою $u(c_1, c_2) = c_1^3 c_2^3$, де c_1 - споживчі витрати цього року, c_2 – споживчі витрати наступного року. Дохід домогосподарства в поточному й майбутньому роках складе 33 тис. гр.од. Ставка відсотка за депозитами а кредитами – 10%.

а) Чи буде домогосподарство у поточному році користуватися депозитними чи кредитними програмами? Якщо так, то у якому обсязі?

б) Визначте реакцію домогосподарства, ефект доходу й ефект заміщення за Слуцьким при підвищенні ставки відсотка до 20% річних.

Задача 2.35. Функція корисності домогосподарства описується формулою $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Дохід споживача $b = 100$, ціни на товари складають $p_1 = 10$, $p_2 = 1$. Визначте ефекти доходу та заміщення за Хіксом та Слуцьким при збільшенні ціни на перший товар на 40%. Визначте індекси Ласпейреса та Пааше.

Задача 2.36. Функція корисності споживача $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$, дохід у поточному році $b = 30$, у майбутньому – $b = 50$. Ціни на товари у поточному році становлять $p_1 = 5$, $p_2 = 2$, у майбутньому – $p_1 = 6$, $p_2 = 3$.

а) Визначте ефекти доходу та заміщення.

б) Визначте ціну першого товару у майбутньому періоді, при якій би індекс Ласпейреса становив би 1,2.

Задача 2.37. Функція корисності індивіда має вигляд $u(x_1, x_2) = (x_1 - 4)(x_2 - 6)$, його бюджет $b = 64$, а ціни благ $p_1 = 1$, $p_2 = 1,5$.

а) Визначити перехресну еластичність попиту на друге благо у момент рівноваги споживача.

б) Виведіть рівняння кривої байдужності, на якій перебуває споживач у момент рівноваги, і, використовуючи його, визначте, скільки одиниць першого блага буде споживати індивід, якщо в нього буде 150,5 одиниць другого блага?

в) Розкласти реакцію індивіда на ефекти заміни й доходу, якщо ціна другого блага підвищилася до $p_2 = 2$.

Задача 2.38. Функція корисності індивіда $u(x_1, x_2) = x_1 x_2^2$, бюджетне обмеження $3x_1 + 2x_2 = 100$. Ціна першого товару зменшується на 1 гр.од. Знайти ефекти доходу та заміщення за Слуцьким та Хіксом.

Задача 2.39. Відомі функція корисності індивіда, ціни на товари та доход:
 $U = 6X^{0,5}Y^{0,25}$, $p_X = 2$, $p_Y = 4$, $I = 36$.

- а) Підрахуйте співвідношення між коефіцієнтами еластичності попиту за доходом на товари X та Y .
- б) Визначте ефекти доходу та заміщення при зниженні ціни товару X до 1 гр.од. та знайдіть нове співвідношення між коефіцієнтами еластичності попиту за доходом на товари X та Y .

Задача 2.40. Ціна квитка у кіно становить 90 гр.од., а еластичність попиту дорівнює $-0,9$. Чи повинна адміністрація кінотеатру підвищувати ціну квитка?

Задача 2.41. Індивід купує тільки три види товарів: хліб, ковбасу й молоко. На хліб він витрачає 20%, на ковбасу - 50% і на молоко - 30% свого доходу. Визначити еластичність попиту індивіда на молоко за доходом, якщо відомо, що його еластичність попиту за доходом на хліб дорівнює -1 , а на ковбасу 2 .

Задача 2.42. При ціні 1 кг яблук 18 гр.од. на ринку було три покупці: їхні функції попиту за ціною були лінійними. Перший купив 20 кг при еластичності попиту за ціною -2 ; другий - 16 кг при еластичності попиту за ціною $-1,5$ і третій - 24 кг при еластичності попиту за ціною $-2,5$. Визначте еластичність ринкового попиту за ціною.

Задача 2.43. Функція попиту на товар має вигляд $Q(p, I) = 4 - 2p + \frac{I}{100}$, де

p - ціна товару, I - доход індивіда.

- а) Визначте цінову еластичність попиту та еластичність попиту за доходом.

б) Обчисліть їх значення при $p = 1, I = 100$ та визначте характер попиту та тип товару.

Задача 2.44. На ринку яєць установилася рівновага при $P = 4$ і $Q = 18$. При цьому коефіцієнт прямої еластичності попиту дорівнював $-0,05$, а коефіцієнт прямої еластичності пропозиції $0,1$. Яка буде ціна яєць, якщо попит на них зросте на 10% , а їхня пропозиція - на 5% при умові лінійного характеру попиту та пропозиції за ціною.

Задача 2.45. Функція попиту на товар має вигляд $Q(p) = \frac{1}{(3p + 2)^3}$.

а) Знайдіть рівняння доходу.

б) Визначте коефіцієнт цінової еластичності та характер попиту при $p = 1$.

в) При якій ціні $E_p = -1$?

Задача 2.46. Функція попиту на товар $Q = p^2 - 6p + 10$.

а) Знайти цінову еластичність попиту при ціні 1 .

б) При яких цінах попит еластичний, а при яких - ні?

Задача 2.47. Цінова еластичність попиту на білети до кінотеатру для дітей складає -3 , а для дорослих -2 . Знайти оптимальне відношення ціни дитячого білету до ціни дорослого білету.

Задача 2.48. Функція попиту $U = xy$, ціна продукту X дорівнює 2 , дохід дорівнює 120 . Побудувати криву „ціна-споживання” та криву попиту на товар Y .

Група Б

Задача 2.49. Нехай функціонує економіка, де індивіди мають функцію корисності $u(x_1, x_2) = ax_1^\alpha x_2^\beta$. Заробітна плата індивідів встановлюється державою на кожному кроці. З кожної заробітної плати індивіди сплачують податок на доходи (ставка міняється державою на кожному кроці в залежності від необхідних ресурсів), а решту витрачають на купівлю товарів. Якщо протягом двох послідовних періодів індивід не купує мінімально необхідні кількості товарів, то він вмирає. Природний приріст населення кожного періоду становить S індивідів. Держава витрачає податки на виплату допомоги з безробіття, причому заробітна плата перевищує допомогу на $K\%$. На ринку працює дві неприбуткові фірми з обмеженими виробничими функціями Коба-Дугласа (враховані тільки фактор праця та технологія), які випускають по одному товару в необхідних кількостях. Розробити імітаційну модель цієї економіки.

Задача 2.50. У Мікроландії живуть n осіб, кожна з яких має функцію корисності $u(x_1, x_2) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2}$, де x_1, x_2 – кількості товарів, причому для кожного жителя виконуються співвідношення $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$, $\alpha_1 \geq 0, \alpha_2 \geq 0$, всі коефіцієнти – випадкові величини з проміжку від 0 до 1. Всі індивіди мають доходи у розмірі $b_i \in [b_{\min}; b_{\max}]$. Кожного періоду ціна на один з товарів зростає на $r\%$. Держава у кожному періоді компенсує всім індивідам зміну цін на величину останнього розрахованого ефекту доходу. Створити програму, яка для заданих n , цін товарів, початкових меж доходів, зміни r , моделює загальний обсяг споживання товарів у країні у кожному періоді, розраховує для кожного періоду індекс цін Пааше, Ласпейреса, Фішера, сумарну величину компенсації.

Задача 2.51. Розробити інформаційну систему, яка за вказаними цінами товарів, бюджетом і функцією корисності розраховує ефекти доходів та заміщення за Слуцьким та Хіксом для двох товарів одночасно, визначає індекси Ласпейреса та Пааше.

Тема 3. Моделювання діяльності фірм в ринкових умовах

Основні визначення

У виробництві фірма використовує ресурси x_1, x_2, \dots , які коштують w_1, w_2, \dots відповідно.

Змінні витрати – витрати фірми в залежності від випуску продукції ресурсів $VC(y)$.

Фіксовані витрати – витрати фірми при відсутності виробництва, $FC = TC(0)$.

Загальні витрати – сума фіксованих та змінних витрат $TC(y) = VC(y) + FC$.

Квазіфіксовані витрати – витрати фірми, які виникають за умови, що випуск є ненульовим, але вони не залежать від кількості виробленої продукції.

Середні витрати – витрати фірми на одиницю виробленої продукції

$$AC = \frac{TC(y)}{y}.$$

Граничні витрати – витрати на виробництво додаткової одиниці продукції:

$$MC = \frac{\partial TC(y)}{\partial y} = \frac{\partial C(y)}{\partial y}.$$

Виробнича (технологічна) функція визначає випуск фірми в залежності від інтенсивності використання ресурсів: $q = f(x_1, x_2, \dots)$.

Задачею фірми є **максимізація прибутку** – різниці між доходом та витратами:

$$\Pi = q \cdot p - (x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots) \rightarrow \max, \text{ де } p - \text{ ціна на готову продукцію.}$$

Ізокванта – крива, що визначає всі набори ресурсів, при яких досягається однаковий рівень випуску продукції.

Ізокоста – крива, що визначає всі набори ресурсів, при яких загальні витрати є постійними.

Граничний продукт – показує зміну випуску при збільшенні одного з ресурсів:

$$MP_i = \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots)}{\partial x_i}.$$

Гранична норма технологічного заміщення – визначає відношення, в якому один з ресурсів може бути замінений на інший при умові, що загальний випуск залишається незмінним:

$$MRTS = -\frac{MP_1}{MP_2} = -\frac{\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}}.$$

Якщо для довільного $k > 1$

$k \cdot f(x_1, x_2, \dots) > f(k \cdot x_1, k \cdot x_2, \dots)$, то фірма має **зростаючу віддачу від масштабу**;

$k \cdot f(x_1, x_2, \dots) = f(k \cdot x_1, k \cdot x_2, \dots)$, то фірма має **постійну віддачу від масштабу**;

$k \cdot f(x_1, x_2, \dots) < f(k \cdot x_1, k \cdot x_2, \dots)$, то фірма має **спадну віддачу від масштабу**.

Типи ринкових структур:

Ознаки\типи ринку	Досконала конкуренція	Недосконала конкуренція		
		Монополістична конкуренція	Олігополія	Чиста монополія
1. Кількість фірм	дуже багато	багато	декілька	одна
2. Типи продукції	стандартний	дійсно чи уявно диференційований	а) стандартний, майже стандартний; б) помірно диференційований	унікальний (без близьких замінників)
3. Контроль	відсутній	деякий	обмежений взаємозалежністю	значний, але регульований
4. Методи збуту	ринковий продаж, аукціон	реклама і конкурентні якості	реклама і конкурентні якості	реклама і заохочення
5. Не цінова конкуренція	відсутня	дуже значна	дуже типова	реклама
6. Умови входу на ринок	дуже легкі	порівняно легкі	наявні перешкоди	блоковано
7. Доступність інформації	рівний доступ	частково обмежений	деякі обмеження	певні обмеження
8. Сфери економіки	с/г та ряд продуктів	роздрібна торгівля	сталь, хімікати, автомобілі	комунальні послуги, телефон, газ

Досконала конкуренція – ринкова структура, що характеризується великою кількістю фірм, які володіють незначними частками ринку і пропонують для продажу однорідний (стандартний) товар. Жоден з учасників ринку не може впливати на встановлення ринкової ціни і приймає ціну, встановлену в результаті встановлення ринкової рівноваги.

Умова рівноваги на ринку досконалої конкуренції $D = S$.

Задача максимізації прибутку фірми: $\Pi = TR - TC \rightarrow \max$, де загальний дохід $TR = p \cdot Q$, загальні витрати $TC = FC + VC$.

Умова максимізації прибутку конкурентної фірми $P = MC$, де P – ринкова ціна товару.

Умова беззбитковості фірми $P = \min AC$.

Умова закриття фірми $P = \min AVC$.

Рівняння пропозиції конкурентної фірми $S = MC$ при $P > \min AVC$.

Олігополія - це ринкова структура, що складається з невеликої кількості фірм, причому декілька з них контролюють значну частку ринку.

Дуополія – модель ринку, на якому працює лише дві фірми – конкуренти.

Моделі олігополії

Ознаки	Одночасне прийняття рішення	Послідовне прийняття рішення
Кількість продукції	Модель Курно	Модель Штакельберга
Ціна продукції	Модель Бертрана	Лідерство за ціною

Модель Курно:

$$\Pi_j^e(y_j) = p(y_i + \sum_{i \neq j} y_{ji}^*) \cdot y_i - c_j(y_i) \rightarrow \max_{y_i \geq 0}$$

Рівновагу дуополії Курно можна визначити, розв'язавши систему рівнянь, що складається з рівнянь реакції двох фірм-учасників ринку:

$$\begin{cases} q_1 = R_1(q_2) \\ q_2 = R_2(q_1) \end{cases}$$

Модель Штакельберга:

Випуск y_1 є розв'язком задачі максимізації прибутку лідера:

$$\Pi_1 = y_1 p(y_1 + R_2(y_1)) y_1 - c_1(y_1) \rightarrow \max_{y_1 \geq 0}$$

Модель Бертрана:

- олігополісти виробляють однорідну продукцію з постійними витратами, однаковими для всіх виробників.
- виробники визначають оптимальні ціни, що призводить до олігополістичних цінових війн.

Рівноважний стан в моделі Бертрана визначається з рівняння $P = AC = MC$.

Цінова війна – цикл послідовних зменшень ціни фірмами, що конкурують на олігополістичному ринку.

Рівновага в моделі з ціновим лідером визначається таким чином: нехай ринковий попит $D(p) = D_1(p) + D_2(p)$, де $D_1(p)$ - залишковий попит на продукцію лідера, $D_2(p)$ - пропозиція послідовника. Тоді для фірми лідера із залишковим попитом $D_1(p)$ визначаємо обсяг випуску і ціну з рівняння $MR_1 = MC_1$, а потім обчислюємо пропозицію послідовника.

Картель - змова фірм щодо майбутніх обсягів випуску і цін.

Монополія – ринкова структура, що характеризується наявністю одного продавця унікального товару.

Монопольна рівновага:

$$\Pi = TR - TC \rightarrow \max$$

$$MR = MC$$

Граничний дохід:

$$MR = p + Q \frac{dp}{dQ} = p \left(1 + \frac{1}{E_D} \right)$$

Цінова дискримінація – продаж однакового товару різним покупцям за різними цінами, причому відмінності у цінах не пов'язані з відмінностями витрат на виробництво і реалізацію товару.

Види цінової дискримінації:

- 1) цінова дискримінація першого ступеня – продавець товару призначає для кожного покупця особливу ціну у відповідності з його готовністю платити (резервною ціною);
- 2) цінова дискримінація другого ступеня – продавець призначає однакові ціни для всіх покупців, але вони відрізняються в залежності від умов продажу (обсягів, категорій товарів, умов покупки, часу);
- 3) цінова дискримінація третього ступеня – продавець встановлює різні ціни для різних груп споживачів.
- 4) Багатоперіодна цінова дискримінація – розподіл споживачів за різними категоріями в залежності від їх функцій попиту відбувається за допомогою встановлення різних цін в різні періоди.
- 5) Ціноутворення з урахуванням пікового завантаження – на деякі товари і послуги попит досягає піку в певні періоди: для шляхів і тунелів – це години “пік”, для електрики – літні вечори, для лижних курортів і місць відпочинку – вихідні дні.
- 6) Двоетапна оплата – вимагає від споживача внесення плати за право придбати товар, а потім споживач додатково оплачує споживання кожної одиниці товару. Класичний приклад такого роду ціноутворення – користування телефоном (люди сплачують щомісячну абонплату і кожен хвилину розмови).

Картель – змова фірм щодо майбутніх обсягів випуску і цін.

Монополістична конкуренція – ринкова структура, при якій декілька десятків фірм галузі, що випускають диференційований продукт, конкурують між собою, при цьому жодна з них не має всієї повноти влади для контролю ринкової ціною.

Індекс Герфіндаля-Гіршмана – сума квадратів часток всіх фірм на ринку – показує ступінь концентрації фірм на ринку:

$$H = \sum_{i=1}^n \left(\frac{q_i}{\sum_{j=1}^n q_j} \right)^2$$

Приклади розв'язання задач

Задача 1. Витрати фермера на виробництво моркви становлять $TC(y) = 700 + 0,01y^2$, де y – обсяг виробництва моркви у кг. Знайдіть рівноважний випуск та максимальний прибуток фермера, якщо ринкова ціна на продукцію становить 6 гр.од. за кг.

Розв'язок. Оскільки $MC = 0,02y$, то умова рівноваги $0,02y = 6$, звідки рівноважний випуск становить $y = 300$ кг. При такому випуску доход фермера складатиме $TR = 300 \cdot 6 = 1800$ гр.од., витрати $TC = 700 + 0,01 \cdot 300^2 = 1600$. Таким чином, прибуток фермера, $\Pi = TR - TC = 200$ гр.од.

Задача 2. Ринок бензину в країні знаходиться в умовах досконалої конкуренції. Загальний попит на бензин описується рівнянням $Q^D = 200 - 20p$. Середні витрати типової фірми–продавця дорівнюють $AC = 5 + (q - 5)^2$. Яка кількість бензоколонок діє у довгостроковому періоді?

Розв'язок. Загальні витрати фірми $C = AC \cdot q = q^3 - 10q^2 + 30q$. В умовах досконалої конкуренції $p = MC = 3q^2 - 20q + 30$. Тоді прибуток фірм складає величину:

$$\Pi = pq - C = 3q^3 - 20q^2 + 30q - (q^3 - 10q^2 + 30q) = 2q^3 - 10q^2.$$

У довгостроковому періоді прибуток рівний 0, тому $q = 5$, $p = 5$. За такої ціни загальний попит $Q = 200 - 20 \cdot 5 = 100$, а тому у галузі діє

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{100}{5} = 20 \text{ фірм.}$$

Задача 3. Попит на процесори задається формулою $Q = 100 - P$, де Q – кількість проданих процесорів, P - ціна на процесори. У двох фірм однакові функції витрат $TC_i = 10Q_i + 0.5Q_i^2$. Якими будуть прибутки фірм, якщо вони дотримуються моделі Курно?

Розв'язок. Загальний дохід першої фірми становить

$$TR_1 = (100 - Q_1 - Q_2)Q_1 = 100Q_1 - Q_1^2 - Q_1Q_2,$$

$$\text{граничний дохід } MR_1 = 100 - 2Q_1 - Q_2,$$

$$\text{граничні витрати } MC_1 = TC_1' = 10 + Q_1.$$

Прирівнюючи граничні витрати до граничного доходу $10 + Q_1 = 100 - 2Q_1 - Q_2$, отримуємо рівняння реагування: $Q_1 = 30 - \frac{1}{3}Q_2$.

Аналогічні розрахунки для другої фірми дозволять отримати: $Q_2 = 30 - \frac{1}{3}Q_1$.

Таким чином, $Q_1 = Q_2 = 22.5$, рівноважна кількість процесорів $Q = Q_1 + Q_2 = 45$, рівноважна ціна $P = 55$, прибуток фірм становить $\Pi_1 = \Pi_2 = 22.5 \cdot 55 - 10 \cdot 22.5 - \frac{1}{2}22.5^2 = 759.375$.

Задача 4. Монополіст продає дитячі квитки на 25% дешевше за дорослі. При зростанні ціни на дорослі квитки з 10 до 12 гр.од. попит зменшився з 340 до 300 одиниць. Визначити зміну попиту при підвищенні ціни на дитячі квитки.

Розв'язок. Стара ціна дитячого квитка дорівнює 7,5 грн, нова – $0,75 \cdot 12 = 9$ грн. Цінова еластичність попиту на дорослі квитки становить

$$e_1 = \frac{\frac{340 - 300}{10 - 12}}{10} = -0,558. \text{ Оскільки } \frac{p_1}{p_2} = \frac{1 + \frac{1}{e_2}}{1 + \frac{1}{e_1}}, \text{ де } \frac{p_1}{p_2} = 0,75, \text{ то при}$$

знижці 25% отримаємо: $0,75 \left(1 - \frac{1}{0,588} \right) = \left(1 + \frac{1}{e_2} \right)$, звідки $e_2 = -0,656$. Це

$$\text{означає, що } -0,656 = \frac{\frac{x_1 - x_0}{9 - 7,5}}{7,5}, \text{ звідки } \frac{x_1}{x_0} = 0,869, \text{ тобто новий попит}$$

складає лише 86,9% від початкового, тобто він зменшився на 13,1%.

Задача 5. Компанія „МікроМодел” – монополіст на ринку. Функція загальних витрат на вироблення продукції $TC = 2Q + 10$, де Q – обсяг виробництва за місяць. Знайти при якому рівні ціни прибуток компанії буде максимальним, якщо відомо, що еластичність ринкового попиту дорівнює -6.

Розв'язок. З функції загальних витрат визначаємо граничні витрати $MC = 2$

та середні витрати $AC = \frac{TC}{Q} = 2 + \frac{10}{Q}$. Очевидно, що при будь-якому випуску

$MC < AC$, що свідчить про випадок природної монополії. Конкурентний характер ринку не можливий, оскільки фірма при $P = MC$ завжди збиткова.

Через коефіцієнт Лернера ми можемо знайти потрібну ціну

$$L = -\frac{1}{E_p^D} = \frac{1}{6}, \text{ звідки } \frac{p-2}{p} = \frac{1}{6} \Rightarrow p = 2.4.$$

Задачі

Група А

Задача 3.1. Функція попиту на товар є $D(p) = 1200 - 20p$, а функція пропозиції $S(p) = 40p$, якою є кількість проданого товару в точці рівноваги?

Задача 3.2. Через несприятливі кліматичні умови у Мікроландії дуже важко виробляти молоко. На щастя світові ринки пропонують достатню його кількість за ціною \$1 за 1 літр. Попит на молоко Q поданий за допомогою оберненої функції попиту: $p = 3 - 0,1Q$.

- Визначте графічно ринкову рівновагу та позначте ренту споживача.
- Уряд ввів субвенції споживачам молока: тепер воно коштує лише \$0,5. Намалюйте ринкову рівновагу, покажіть доход споживача, порівняйте діаграму з розв'язком пункту а).
- Після фінансової кризи уряд вирішив позбавити народ субвенції та ввести податок у розмірі \$0,5 за 1 літр. Намалюйте ринкову рівновагу, покажіть доход споживача, порівняйте діаграму з розв'язками а) та б).

Задача 3.3. У маленькому далекому селищі Пивовілл функція попиту на пиво є $D_1(p) = 12000 - 1000p$, функція пропозиції $S_1(p) = 2000p$.

- Якою є ціна та кількість проданого пива у точці рівноваги?
- Іноземні компанії з Макроландії запропонували побудувати безкоштовний пивопровід з селищем Макровілл, у якого $D_2(p) = 12000 - 1000p$, $S_2(p) = 0$. Визначте, як зміниться ціна пива у Пивовіллі.
- Мерія Пивовілля постановила, що всі виробники пива повинні сплачувати компенсацію за свої надприбутки жителям селища. Якою

повинна бути сума виплат, щоб компенсувати жителям зменшення у ренті споживача?

Задача 3.4. Тарас купує 30 троянд в місяць, якщо квіти дешевше 10 гривень, і не купує їх дорожче. Петро купує 40 троянд в місяць при ціні, меншій 8 гривень і не купує при більших цінах. Побудувати графік сумарного попиту на троянди.

Задача 3.5. При ціні 2 попит дорівнює 30, а при ціні 4 – дорівнює 10. Функція попиту лінійна. Знайти максимальну ціну попиту.

Задача 3.6. Функція попиту Івана $Q_1 = 6 - 3p$, функція попиту Марії – $Q_2 = 4 - 0,5p$. Побудувати криву сумарного попиту.

Задача 3.7. Крива попиту на деякий продукт описується вирзом $Q = 270 - 4P$, а крива пропозиції $Q = -18 + 8P$, де P – ціна продукту, а Q – кількість. Уряд установлює субсидію виробникам у розмірі 3 гр.од. за одиницю.

- а) Знайти рівноважні ціну і кількість до введення субсидії і після.
- б) Знайти витрати держави на виплату субсидії. Якою буде сума субсидії, що припадає на споживачів?
- в) Знайти чисті втрати суспільства в результаті прийнятого рішення.

Задача 3.8. Максимальний попит дорівнює 20. При підвищенні ціни на одиницю попит завжди зменшується на 3. При яких цінах попит перевищує 2?

Задача 3.9. Гітарист Петро готовий працювати безкоштовно 8 год. на тиждень. Гітарист Павло працює при оплаті не нижче 20 грн/год. При оплаті 100 грн/год кожен гітарист готовий працювати по 48 год. на тиждень. Обидві функції пропозиції лінійні. Скільки годин готовий працювати кожен при оплаті 25 грн/год?

Задача 3.10. Іван та Марія продають полуницю оптом: Іван по 10 кг в день за ціною, не нижчою 20 грн/кг, Марія – по 12 кг за ціною, не нижчою 30 грн/кг. Побудувати криву сумарної пропозиції.

Задача 3.11. На ринку всього 7 чоловіків та 5 жінок. Функція попиту чоловіків $Q_1 = 6 - 3p$, жінок – $Q_2 = 4 - 0,5p$.

- а) Побудуйте криву сумарного попиту.
- б) Знайдіть зміну попиту при збільшенні ціни з 1 до 3 гр.од.
- в) Знайдіть рівноважну ціну на ринку, якщо сукупна пропозиція описується формулою $Q^s = 0,5 + 2p$.

Задача 3.12. Фірма випускає футболки, використовуючи ручну працю L та обладнання K .

- а) Виробнича функція має вигляд $y = KL$. Визначте всі комбінації залучення факторів, щоб виробити 100 футболок.
- б) Фірма сплачує робітникам плату $w = 4$, використання обладнання коштує $r = 1$. В якій кількості може фірма споживати фактори виробництва при загальних витратах $C = 60$? Намалюйте відповідні ізокости.
- в) При якій комбінації факторів мінімізуються витрати при виробництві 100 футболок?

г) Яким буде максимальний рівень виробництва при максимальних витратах $C = 40$?

д) Як зміниться ця комбінація, якщо заробітна плата впаде до $w = 1$?

Задача 3.13. Підприємець Товстенко орендує маленький ресторан швидкого обслуговування за 10 000 гр.од. Для обслуговування клієнтів він наймає робітників за платню 100 гр.од. Продаж їжі y (y тис. порцій) відбувається згідно виробничої функції $y = L^{0,5}$.

а) Побудуйте функцію загальних витрат.

б) Підрахуйте середні витрати. При якому об'ємі продажів середні витрати будуть мінімальними?

в) Підрахуйте граничні витрати.

г) Намалюйте граничні та середні витрати на одній діаграмі. Визначте точку перетину цих кривих і поясніть результат?

Задача 3.14. Фірма має два станки, витрати за користування якими: $C_1 = y_1^2$, $C_2 = 5 + 2y_2^2$. Фіксовані витрати зменшуються до 0, якщо станки не задіяні у виробництві.

а) Фірма має намір виробити 9 одиниць продукції. Як потрібно поділити їх між станками?

б) Економічне становище погіршилося, тому фірма може збути лише 3 одиниці. Як треба виробляти їх тепер?

Задача 3.15. Виробництво компанії відбувається згідно функції $y = K^{0,5}L^{0,5}$. Капітальні активи протягом року незмінні: $\bar{K} = 100$. Витрати на утримання одиниці капіталу та праці становлять 1 гр.од. та 4 гр.од. відповідно.

а) Підрахуйте короткострокову криву загальних витрат, а також короткострокові середні та граничні витрати.

б) Якою повинна бути ціна товару, щоб підприємство не мало протягом року збитків? Яку кількість продукції воно вироблятиме за цією ціною?

Задача 3.16. Середні витрати конкурентної фірми у довгостроковому періоді описуються формулою $AC = 40 + 2Q$. Як зміниться обсяг випуску продукції фірмою, якщо ціна на продукцію з 200 гр.од. знизиться до 100 гр.од.?

Задача 3.17. Залежність сукупних витрат фірми від обсягів випуску наведено в таблиці:

Q	0	10	20	30	40	50
TC	0	75	95	140	200	280

Якщо конкурентна ціна товару дорівнює 6 гр.од., то який обсяг виробництва обере підприємець?

Задача 3.18. Фірма випускає товар в умовах досконалої конкуренції і продає його за ціною $P = 14$. Функція повних витрат фірми $TC = 2Q + Q^3$.

- За якого обсягу виробництва прибуток фірми буде максимальним?
- Визначте обсяг цього прибутку.

Задача 3.19. Функція загальних витрат конкурентної фірми в довгостроковому періоді має наступний вигляд: $TC = 240q - 10q^2 + 5q^3$. Визначте рівень рівноважної ціни продукту фірми в довгостроковому періоді.

Задача 3.20. У деякій галузі працює 60 фірм, загальні витрати кожної фірми $TC = 0,3q^2 + 12q + 6$.

- Визначити величину постійних та змінних витрат кожної фірми.

б) Визначити формулу кривої пропозиції у даній галузі на короткостроковий період.

Задача 3.21. Витрати фірми, що діє в умовах досконалої конкуренції, у короткостроковому періоді виражаються функцією $C(q) = 0,5q^2 + 2q + 3$, де q одиниць – кількість що випускається за місяць продукції, $C(q)$ – загальні витрати в гр.од.

- а) Знайти рівноважний випуск і прибуток фірми, якщо ринкова ціна складає $p=12$ гр.од. за одиницю продукції.
- б) Якщо уряд уводить податок $T=3$ гр.од./од., якими будуть рівноважний випуск і прибуток фірми при старій ціні 12 гр.од. за одиницю продукції.
- в) Визначити та зобразити графічно ренту фірми для завдань а) та б).

Задача 3.22. На ринку діє 10 однакових фірм. Скільки фірм може приєднати до себе одна з них, якщо обсяги продажів всіх приєднаних фірм залишаються сталими, а законом визначена максимальна величина індексу Герфіндаля 0,52?

Задача 3.23. У галузі діє 20 однакових фірм. Загальні витрати кожної з них визначаються: $TC = 0,2q^2 + 6q + 8$.

- а) Визначити величину постійних та змінних витрат фірми.
- б) Визначити формулу кривої пропозиції у даній галузі на короткостроковий період.
- в) Знайти найбільш ефективний масштаб виробництва для цієї фірми.

Задача 3.24. Фірма випускає товар в умовах досконалої конкуренції і продає його за ціною $P=12$. Функція повних витрат фірми $TC = 2Q + 2Q^3$. За якого обсягу виробництва прибуток фірми буде максимальним?

Задача 3.25. Підприємство працює на конкурентному ринку, її середні витрати на довгостроковому інтервалі описуються формулою $AC = 10q + \frac{20}{q} + 20$. Знайти найбільш ефективний розмір виробництва для цієї фірми.

Задача 3.26. Вважається, що ринок підручників діє в умовах досконалої конкуренції. Загальний попит на підручники описується рівнянням $Q^D = 200 - 20p$. Середні витрати продавця дорівнюють $AC = 5 + (q - 5)^2$. Яка кількість підприємств, що займаються друком підручників діє у довгостроковому періоді.

Задача 3.27. Розрахувати еластичність заміщення для виробничої функції

$$y = \frac{k}{1 + x_1^{-\alpha} x_2^{-\beta}}, \alpha > 0, \beta > 0, 0 \leq k < y.$$

Задача 3.28. Галузевий попит на продукцію характеризується функцією $Q^D = 120 - 3P$. Функція загальних витрат фірми, що виробляє дану продукцію, має вигляд $TC = 10 + 8Q - 4Q^2 + Q^3$. За якою ціною й скільки одиниць продукції буде продано, якщо в галузі працюють 20 таких фірм? Скільки таких фірм залишиться в галузі в умовах досконалої конкуренції в довгостроковому періоді?

Задача 3.29. Попит галузі, в якій діє 27 фірм, задається формулою $Q = 86412 - 9p$. Загальні витрати фірми дорівнюють $TC = 46 + 8q$. Середня ціна продукції її конкурентів становить 10. За рахунок зменшення ціни продукції фірми на одиницю, попит на її продукцію може збільшитись на 12. Знайти оптимальний рівень виробництва для цієї фірми.

Задача 3.30. Попит галузі задається формулою $Q = 1418 - 19p$. Загальні витрати фірми дорівнюють $TC = 46 + 6q$. Середня ціна продукції її конкурентів становить 5.1. За рахунок зменшення ціни продукції фірми на одиницю, попит на її продукцію може збільшитись на 10. В таких умовах ця фірма для максимізації свого прибутку виробляє 82 одиниці товару. Знайдіть приблизну кількість фірм, що діють у галузі.

Задача 3.31. Попит галузі, в якій діє 42 фірми, задається формулою $Q = 82118 - 11p$. Загальні витрати фірми дорівнюють $TC = 40 + 8q$. Середня ціна продукції її конкурентів становить 5.7. За рахунок зменшення ціни продукції фірми на одиницю, попит на її продукцію може збільшитись на 17. Знайти оптимальний рівень виробництва для цієї фірми у довгостроковому періоді.

Задача 3.32. У виробництві використовуються два види ресурсів – праця (L) та капітал (K), ціни на які становлять 5 та 3 гр.од. за одиницю відповідно. Виробнича функція має вигляд $F(K, L) = 2\sqrt{KL}$.

а) Знайти оптимальний випуск, якщо загальні витрати становлять $TC = 20\sqrt{15}$ гр.од.

б) Знайти мінімальні витрати, що забезпечують випуск 20 одиниць продукції.

Задача 3.33. Середні витрати конкурентної фірми описуються формулою $AC = 40 + 2Q$. Як зміниться обсяг випуску продукції фірми, якщо ціна на неї зі 180 гр.од. за штуку знизиться до 120 гр.од.?

Задача 3.34. Функція загальних витрат має вигляд $TC = 8Q + Q^2$. Якщо фірма максимізує свій прибуток за обсягу $Q^* = 14$ одиниць, то якою є ринкова ціна продукту?

Задача 3.35. Фірма продає товар за ринковою ціною $P = 14$ гр.од., маючи функцію витрат $TC = 2Q + Q^3$. Визначте максимальний прибуток даної фірми.

Задача 3.36. Чи вірно, що концепція рівноваги Неша була розроблена для того, щоб мати справу з раціональними індивідами, кожен з яких намагається виробити відповідну стратегію щодо найкращої стратегії, яку міг би вибрати інший гравець?

Задача 3.37. Уявіть автомобільну гру, у якій два юнаки стартують з протилежних кінців вулиці та мчать по прямій назустріч один одному. Той, хто зверне вбік, втратить свій імідж, якщо ж ніхто не зверне, вони зіткнуться лоб до лоба. Можливі виграші наведено в таблиці:

		Другий юнак	
		Звернути вбік	Не звертати
Перший юнак	Звернути вбік	0, 0	-1, 1
	Не звертати	1, -1	-2, -2

Якими будуть стани рівноваги за Нешем для цієї гри?

Задача 3.38. Коли два диких собаки знаходять щось їстівне, вони мають прийняти рішення, битися за їжу чи поділити її між собою. Битися – це стратегія „яструба”: він переможе, а інший програє. Поділитися – це стратегія „голуба”, вона добре спрацьовує, коли інший гравець також діє як „голуб”, проте якщо він діятиме як „яструб”, пропозиція поділитися

відкидається і гравець зі стратегією „голуба” не отримує нічого. Можливий набір вигравшів наведено в таблиці:

		Другий собака	
		„Яструб”	„Голуб”
Перший собака	„Яструб”	-2, -2	4, 0
	„Голуб”	0, 4	2, 2

Який стан буде рівноважним?

Задача 3.39. Максимізувати прибуток картелю в залежності від параметра a , що складається з 2 фірм для яких $P = a - Q$, $TC(q_1) = 0$, $TC(q_2) = 0$, $q_1 + q_2 = Q$.

Задача 3.40. Яким чином повинні співвідноситися обсяги двох фірм у картелі, якщо: $f(Q) = c - dQ$, $TC(q_1) = aq^2$, $TC(q_2) = bq^2$, $q_1 + q_2 = Q$?

Задача 3.41. Дві фірми створили картель з такими параметрами: $P = 6 - Q$, $TC(q_1) = q_1^2$, $TC(q_2) = q_2^2$, $q_1 + q_2 = Q$, $\Pi = 6$. Оптимальні обсяги дорівнюють по одиниці: $q_1 = q_2 = 1$. Що стане з картелем, якщо функція витрат першого учасника зміниться на:

А) $TC(q_1) = q_1^2 + 2$,

Б) $TC(q_1) = q_1^2 + 4$.

Задача 3.42. Знайти оптимальні випуски та ціну для трьох фірм, що утворили картель:

$$P = 108 - 2Q, TC(q_1) = 2q_1^2, TC(q_2) = 3q_2^2, TC(q_3) = 5q_3^2, Q = q_1 + q_2 + q_3.$$

Задача 3.43. На ринку монополістичної конкуренції діють дві фірми. Функція попиту на продукцію першої фірми $Q_1 = 103 - 10P_1 + 2(P_2 - P_1)$,

другої фірми $Q_2 = 148 - 21P_2 + 2(P_1 - P_2)$. Знайти обсяг попиту на продукцію першої фірми при ціні 2 на її продукцію.

Задача 3.44. Нехай існує дві галузі: сільське господарство та промислове виробництво. Споживчий попит на продукцію сільського господарства становить 500 т., а на промислового виробництва – 300 т. Нормативи витрат на виготовлення продукції представлені в таблиці:

Галузі	Нормативи витрат продукції сільського господарства, кг/т	Нормативи витрат продукції промислового виробництва, кг/т
Сільське господарство	250	150
Промислове виробництво	100	300

Знайти рівноважний випуск кожного з видів продукції, який би повністю задовольняв споживчий попит.

Задача 3.45. На ринку діють дві фірми-олігополісти. Загальний попит виражається формулою $Q = 2771 - 3p$, фіксовані витрати фірм дорівнюють 0, $MC_1 = 17 + q_1$, $MC_2 = 45 + 0,9q_2$. Визначити оптимальні стратегії для олігополістів.

Задача 3.46. На ринку діє дві фірми. Ринковий попит задається формулою: $p = 510 - 6Q$. Постійні витрати обох фірм рівні 0, граничні витрати першої фірми – 47, а другої – 13.

- Знайти функцію реагування першої фірми, функцію реагування другої фірми.
- Знайти випуск та прибуток кожної фірми, якщо фірми діють як:

- 1) дуополія Курно;
- 2) лідер-послідовник;
- 3) послідовник-лідер;
- 4) лідер-лідер;
- 5) послідовник-послідовник.

в) Знайти індекс Герфіндаля-Гіршмана для всіх випадків попереднього пункту.

Задача 3.47. Розглянемо ринок, у якому дві фірми конкурують і встановлюють свій обсяг випуску, крива ринкового попиту дорівнює $Q = 4000 - 40P$. Фірма 1 має постійні граничні витрати, рівні $MC_1 = 20$, а фірма 2 має постійні граничні витрати рівні $MC_2 = 40$. Необхідно визначити:

- а) функцію реакції кожної з фірм
- б) рівноважні обсяги випуску та ціни, використовуючи модель Курно

Задача 3.48. Розглянемо ринок, на якому крива попиту задана рівнянням $P = 19 - X - Y$, де X – це обсяг виробництва першої фірми, а Y – другої фірми. Фірма 1 має граничні витрати 3, а фірма 2 – граничні витрати 6.

- а) Знайдіть рівновагу за моделлю Курно на даному ринку. Скільки прибутку кожна фірма отримує?
- б) Знайдіть рівновагу за моделлю Штакельберга а у якій фірма 1 діє як лідер. Скільки прибутку отримує кожна фірма?

Задача 3.49. Функція витрат монополіста $TC(y) = 19y^2$. Функція попиту на товар $y(p) = 120 - p$.

- а) Підрахуйте максимальний прибуток монополіста.
- б) Яку ціну запропонує монополіст?

Задача 3.50. Монополіст А виробляє товар y за технологією $y = 2x$. Ціна фактору x складає $w = 16$. Монополіст знає напевно функцію попиту $y(p) = 20 - p$.

- 1) Підрахуйте кількість товару, яку вироблятиме монополіст. Яку ціну він запропонує? Покажіть результати графічно. Яку кількість фактору x споживатиме монополіст?
- 2) Визначте витрати на виробництво наступної одиниці товару. Чому монополіст не буде її випускати, незважаючи на те, що ціна є вищою за додаткові витрати?
- 3) Визначте ренту виробника та споживача, підрахуйте збитки суспільства.
- 4) При якій кількості продукції загальна рента максимальна? Як вона поділена між продавцем та споживачами?
- 5) Якою буде рента виробника, якщо монополіст має можливість для ідеальної цінової дискримінації?
- 6) Чому для монополіста, який виробляє з постійними граничними витратами, можна визначити оптимальний план для максимізації прибутку, а для підприємства, що змінює кількість виробництва в залежності від ситуації, – ні?
- 7) Якщо монополіст може встановлювати ціну, то попит на товар є нееластичним щодо ціни. Чи вірне це твердження?
- 8) Монополіст В, який виробляє інший товар, ніж монополіст А, має функцію витрат $C(x) = 12z - \frac{1}{4}z^2$, а попит на товар $x(p) = 20 - p$.
Розв'яжіть всі попередні пункти для цього випадку.
- 9) Яка проблема стоїть перед державою, що намагається політикою обмеження максимальної ціни забезпечити виробництво ефективної кількості продукції?

Задача 3.51. Корпорація Феррарі – ексклюзивний постачальник спортивних машин – продає нову модель за \$80000. Цінова еластичність попиту складає -5. У корпорації з'явилась можливість продавати машини у Китаї, але дослідження показують, що для цього необхідно зменшити ціну щонайменше на 15% (вважати, що арбітраж неможливий).

- а) Нехай не існує обмежень на випуск машин з постійними граничними витратами. Чи повинна корпорація використовувати цінову дискримінацію?
- б) Нехай Феррарі не може виробляти більше машин, ніж зараз. Чи повинна корпорація продавати частину машин у Китаї?

Задача 3.52. Функція витрат монополіста має вигляд $TC = 3Q^2$, а крива попиту на товар $P(Q) = 1200 - Q$.

- а) Якими є ціна та обсяг виробництва, що максимізують прибуток?
- б) Якими будуть дії монополіста, якщо його обкладено податком в розмірі 50 000 гр.од.? 100 000 гр.од.?
- в) Що робитиме монополіст, якщо йому доведеться сплачувати податок у сумі 40 гр.од. на кожну реалізовану одиницю продукції? Якими будуть його прибутки?

Задача 3.53. Спортивний комплекс вміщує 86000 вболівальників. Попит на квитки на футбольні матчі складає для чоловіків $P_1 = 25 - \frac{Q_1}{5000}$, для жінок –

$P_2 = 5 - \frac{Q_2}{5000}$. Які ціни на квитки призначить адміністрація комплексу,

якщо вона проводить цінову дискримінацію третього ступеня для того, щоб комплекс заповнювався повністю?

Задача 3.54. Фірма-монополіст продає свій товар на двох ринках, попит на яких визначається рівняннями: $P_1 = 200 - Q_1$, $P_2 = 190 - 3Q_2$. Функція витрат монополіста – $TC(Q) = 500 + 40Q$, де $Q = Q_1 + Q_2$.

- а) Якими є ціни та кількість, що максимізують прибуток монополіста, якщо він діє на двох ринках?
- б) Після великого скандалу всі споживачі довідалися, що на обох ринках продається абсолютно однаковий товар. Якою буде крива загального попиту? Якими будуть ціни, обсяг виробництва монополіста та його прибуток?

Задача 3.55. Продаючи котеджі за ціною 120 тис. гр.од. фірма монополіст максимізує свій прибуток. Якщо цінова еластичність попиту дорівнює -1,5, то чому будуть дорівнювати граничні витрати і граничний дохід?

Задача 3.56. Монополіст може продати 10 одиниць продукції за ціною 100 гр.од. за одиницю, але продаж 11-ї одиниці товару викликає зниження ціни до 99,5 гр.од. Чому буде дорівнювати граничний дохід при зміні виробництва?

Задача 3.57. Фірма випускає товар в умовах чистої монополії. Функція попиту на цей товар $P = 144 - 3Q$, функція середніх витрат $AC = \frac{25}{Q} + Q$.

При якому обсязі випуску Q прибуток фірми буде максимальним?

Задача 3.58. Виручка монополії при ціні 10 дорівнює 40, а при ціні 15 дорівнює 30. Знайти виручку при ціні 2, якщо функцію попиту лінійна.

Задача 3.59. На ринку діє 2 покупці та монополія. При цінах 10, 20, 30 попит першого покупця дорівнює 5, 3 і 1, а попит другого – відповідно 2, 2 і 2. Постійні витрати монополії дорівнюють 5, а граничні витрати дорівнюють 3. Знайти максимальний прибуток монополії.

Задача 3.60. Цінова еластичність попиту на авіаквитки для дорослих -2, для дітей -4. Ціни на білети максимізують прибуток авіакомпанії-монополіста. Знайти ціну дорослого та дитячого квитків, якщо граничні витрати авіакомпанії дорівнюють \$60.

Задача 3.61. В місті діє єдиний кінотеатр, витрати якого $TC = 30 + 20Q$, де Q – кількість відвідувачів. Попит на дитячі квитки становить $q_1 = 20 - 0,5p_1$, на дорослі – $q_2 = 8 - 0,1p_2$. Знайти оптимальні для кінотеатру ціни на квитки.

Задача 3.62. Функція попиту на продукцію монополії $Q = \frac{1}{p^2}$, функція витрат $TC = 3 + 0,15Q$. Знайти рівень виробництва при якому досягається:

- рівень беззбитковості;
- максимальний прибуток.

Задача 3.63. Цінова еластичність попиту на квитки до кінотеатру для дорослих -2, для дітей -4. Знайти оптимальну знижку для дітей.

Задача 3.64. Функція загальних витрат фірми-монополіста $TC = \frac{1}{2}Q^2 + 2Q$. Функція попиту на товар фірми $P = 10 - \frac{1}{2}Q$. Треба знайти ціну, при якій прибуток фірми максимальний, та ступінь її монопольної влади.

Задача 3.65. Нехай функція загальних витрат визначається за формулою $TC(Q) = Q^2 + 60$, а функція попиту на товар $Q_D = 30 - 2P$. Знайти об'єм виробництва, ціну, загальну виручку, економічний прибуток та монопольну владу.

Задача 3.66. Середні затрати монопольної фірми на вироблення продукції постійні і дорівнюють 10\$. З метою отримання максимального прибутку фірма встановила ціну на свою продукцію 15\$. Визначити еластичність попиту по ціні на продукцію, відсоткову зміну виручки монополіста, якщо в період сезонного розпродажу ціна буде знижена на 3\$.

Задача 3.67. На ринку працює дві фірми. Функція витрат першої $TC_1 = 10 + 17q_1 + 1.4q_1^2$, другої $TC_2 = 56 + 21q_1 + 1.6q_1^2$. Функція попиту на ринку задається рівнянням $P(Q) = 190 - 0.7Q$. Знайти індекс Герфіндаля для цієї економіки, якщо фірми одночасно встановлюють обсяги випуску.

Група Б

Задача 3.68. В Мікроландії проживає населення кількістю L та існує підприємство-монополіст, яке виробляє певну продукцію. Попит на продукцію залежить від ціни в момент часу t та від доходу громадян $q_l^D = a - b \cdot P_t + m \cdot B_l$, де q_l^D – попит особи l , P_t – очікуване значення ціни в момент часу t , B_l – дохід l -го громадянина. Пропозиція товару залежить від ціни в попередній момент часу $t-1$: $Q^S = -d + c \cdot P_t^e$, де Q^S – пропозиція товару, P_t^e – рівноважне значення ціни в момент часу t . Підприємство максимізує свій прибуток. В залежності від обсягу виробництва кожен

працівник отримує різну заробітну плату. Розробити модель цієї економіки та реалізувати її.

Задача 3.69. В Мікроландії в умовах досконалої конкуренції діють 100 фірм з виробничою функцією $y = a_0 K^{a_1} L^{a_2}$, де y – обсяг продукції у тис. штук, K – капітал фірми, L – кількість найманих працівників. Ціна готової продукції становить 15 гр.од. Коефіцієнти виробничої функції у кожній фірмі різні. Кількість устаткування на фірмах може приймати такі значення: 1 (40% фірм), 2 (20%), 2,5 (20%), 3 (20%). Визначити, якою буде рівноважна ставка заробітної плати, якщо функція пропозиції праці становить $S_L = 30w - 120$.

Задача 3.70. Спочатку на ринку діє $n > 40$ однакових фірм з функцією загальних витрат $TC_i = a_i + b_i q$, причому $a_i = a_j, b_i = b_j, \forall i, j$. Кожного періоду, в залежності від ринкової кон'юнктури, одна фірма йде з ринку або одна додаткова фірма з'являється на ринку. Кожні 5 періодів за умови сприятливої кон'юнктури найбагатші K фірм об'єднуються в одну фірму, загальні витрати якої становлять $TC^* = \frac{2}{3K} \sum_{i=1}^K a_i + \frac{0,95}{K} q \sum_{i=1}^K b_i$. Ринкова ціна товару у період t визначається через функцію попиту $Q_t = c - dP_t + f(t)$, де $f(t)$ – стаціонарний випадковий процес типу $AR(1)$. Якщо на ринку менше 5 фірм, то вони діють як складена олігополія Курно, якщо на ринку більше 5 фірм, то вони визначають параметри функціонування з припущення про досконалу конкуренцію; якщо на ринку 1 фірма, то вона діє як монополіст. Кожні 8 періодів антимонопольний комітет визначає, чи не перевищує частка кожної фірми 35%. Порушники закону автоматично діляться на 2 рівні фірми. Визначити у кожному з перших 1000 періодів: кількість фірм на ринку, рівноважну ціну, загальні прибутки виробників, виграш

споживачів, індекс Герфіндаля-Гіршмана, індекс Ласпейреса. Побудувати відповідні графіки.

Задача 3.71. На ринку з загальною функцією попиту $Q = 3912 - 5p$ діють два типи фірм. Перший тип фірм характеризується функцією витрат $TC_1 = 12 + 4q + 0.3q^2$, другий – $TC_1 = 12 - q + 0.9q^2$. Спочатку на ринку знаходиться по 10 фірм кожного типу. В залежності від фінансових результатів попереднього дня, на ринку можуть утворюватися нові фірми, або закриватися існуючі. Написати інформаційну систему, що моделює діяльність даного ринку та знаходить точку рівноваги.

Тема 4. Моделювання ринків з домінуючою фірмою

Основні визначення

Домінуючою вважається фірма, якщо її частка на ринку товару становить 35 або менше відсотків і вона не зазнає значної конкуренції внаслідок обмеженості можливостей доступу інших суб'єктів господарювання щодо закупівлі сировини, матеріалів та збуту товарів, наявності бар'єрів для доступу на ринок інших суб'єктів господарювання, наявності пільг чи інших обставин.

Модель Форхаймера:

- всі підприємства галузі випускають однорідний продукт;
- домінуюча фірма визначає ринкову ціну продукту на ринку;
- фірми-аутсайдери приймають ринкову ціну як дану, тобто є ціноотримувачами, встановлюючи свій випуск на рівні, що забезпечує рівність $P = MC$;
- всі фірми-аутсайдери мають однакові витрати виробництва і збільшують випуск, коли ціна підвищується, скорочують виробництво, коли ціна падає;
- домінуюча фірма знає функцію ринкового попиту;
- домінуюча фірма може визначити загальний обсяг виробництва фірм-аутсайдерів при кожному рівні цін і, таким чином, знає функцію пропозиції свого конкурентного оточення.

Модель Гаскінса передбачає, що фірми постійно входять на ринок, причому швидкість входження відома домінуючій фірмі і залежить від очікуваного прибутку.

$$\frac{dQ}{dt} = k [P(t) - C_0]$$

де

dQ/dt – швидкість розширення ринку (темп приросту випуску в галузі);
 $P(t)$ – ціна, яку встановлює домінуюча фірма у момент t ;
 C_0 – витрати входу в галузь;
 k – швидкість реакції випуску (входу нових фірм) на різницю між $P(t)$ і C_0 .

Приклад розв'язання задачі

Задача 1. Компанії A та B конкурують на ринку товару X . A є дуже ефективним при виробництві товару X , з низькими граничними витратами $MC(A) = 1$; B , в свою чергу, має постійну граничну вартість $MC(B) = 10$. Якщо ринковий попит на товар X визначається як $Q = 100 - P$, знайти рівноважну ціну, випуск і рівень прибутку для кожного конкурента.

Розв'язок. Для компанії A максимізація прибутку $MR(A) = MC(A)$ означає $100 - 2q(A) - q(B) = 1$, так що функція реакції $q(A) = 99 - q(B)$. Так само, $MR(B) = MC(B)$ означає, що $100 - 2q(B) - q(A) = 10$, тому функція реакції $q(B) = 90 - q(A)$. Розв'язання цих 2 рівнянь визначає $q(A) = 36$ та $q(B) = 27$. Ринкова ціна дорівнює $P = 100 - (36 + 27) = 37$. Компанія A отримає $\pi(A) = (37 - 1) * 36 = 1296$, а компанія B , у свою чергу, $\pi(B) = (37 - 10) * 27 = 702$.

Задачі

Група А

Задача 4.1. У галузі функціонують 80 малих фірм із однаковими функціями витрат $TC_i = 2 + 8q_i^2$, і ще одна велика фірма, що виступає в ролі лідера, з функцією витрат $TC_{л} = 20 + 0,275q_{л}^2$. Галузевий попит представлений функцією $Q^D = 256 - 3P$. Яка ціна буде на ринку в стані рівноваги, як він буде поділений між лідером і аутсайдерами?

Задача 4.2. У галузі працює одна велика фірма лідер і група аутсайдерів. Сумарна пропозиція аутсайдерів відображається функцією: $Q_A^S = -1 + 2P$; при ціні $P = 13$ аутсайдери повністю задовольняють галузевий попит без лідера. У галузі встановилася рівновага при $P = 10$, $Q = 28$. Виведіть функцію галузевого попиту й функцію попиту на продукцію лідера й по них розрахуйте загальний обсяг продажів і обсяг продажів лідера при $P = 10$.

Задача 4.3. Припустимо, що ринкова ситуація може бути описана наступними рівняннями: $Q_D(P) = 10 - P$ – функція ринкового попиту; $Q_S(P) = P - 2$ – функція пропозиції конкурентного оточення; $MC(Q) = 1$ – граничні витрати домінуючої фірми. Необхідно визначити залишковий попит, оптимальний випуск для домінуючої фірми, ціну і випуск конкурентів.

Задача 4.4. Припустимо, що попит на авіап перевезення визначається як $P = 1200 - 5Q$, де Q – загальне число пасажирів при ринковій ціні P . Спочатку ринок складається тільки з трьох продавців Альфавіо, Бетавіо і Гаммавіо. Кожен продавець має однакові граничні витрати в розмірі \$300 на одного пасажера.

- а) Знайти рівноважну ціну та виробництво для кожного продавця.
- б) Припустимо, що Бетавіо і Гаммавіо оголосити про свій намір об'єднатися в одну фірму. Вони стверджують, що їх злиття дозволить їм досягти економії витрат, так що їх граничні витрати будуть менше, ніж \$300 на пасажера. Припускаючи, що об'єднана фірма, Бетавіо – Гаммавіо, має граничну вартість $C < \$300$, в той час як граничні витрати Альфавіо залишаються на рівні \$300, як зазначене злиття

підвищить відносний надлишок споживача у порівнянні з початковою ситуацією?

Задача 4.5. Припустимо, що попит на кобальт дорівнює $Q = 200 - P$. В галузі функціонує домінуюча фірма, *BC*, яка має постійну граничну вартість \$40 за одиницю. Є дев'ять інших виробників, кожен з яких має криву граничних витрат $MC = 40 + 10q$, де q – випуск типового виробника з конкурентного оточення. Припустимо, що немає фіксованих витрат для жодного виробника.

- a) Визначте криву пропозиції конкурентного оточення, криву залишкового попиту в *BC*.
- b) Обрахувати ціну і випуск *BC* з метою максимізації прибутку. Яка частка ринку буде в *BC* за цією ціною?
- c) Розв'яжіть задачу за умови, що конкурентне оточення складається з 18 фірм.

Задача 4.6. Музична група «Мікроденс» випускає музичні платівки з функцією загальної вартості $TC(Q) = 8Q$, ринковий попит на платівки $P = 56 - Q$. Припустимо, що існує конкурентне оточення, що приймає такі ціни, з загальною функцією пропозиції $Q = 2P - u$, де $u > 0$ деяке натуральне число. Якщо «Мікроденс» поводить себе як домінуюча фірма і максимізує свій прибуток, продаючи платівки за ціною $P = 16$, знайдіть значення u , випуск платівок «Мікроденс», випуск u конкурентному середовищі.

Задача 4.7. Припустимо, що «Мікросмачно» – виробник цукерок ті тістечок – має постійну граничну вартість 4 за коробку цукерок, ринковий попит визначається як $Q = 200 - 2P$.

- a) Якщо «Мікросмачно» є монополістом, знайдіть оптимальні ціну і випуск. Який при цьому буде його прибуток?
- b) Припустимо, що існує конкурентне оточення з 12 фірмами, що наслідують ціни, кожна з яких має функцію загальної вартості $TC(Q) = 3Q^2 + 20Q$ з відповідною кривою граничних витрат $MC = 6Q + 20$. Знайти функцію пропозиції конкурентного оточення (Підказка: конкурентне оточення продає товари по її кривій граничних витрат над точкою закриття).
- c) Якщо «Мікросмачно» працює як домінуюча фірма з конкурентним оточенням на цьому ринку, що є оптимальним випуском? Скільки одиниць будуть постачати компанії з конкурентного оточення? Якою буде ринкова ціна, і скільки прибутку заробить «Мікросмачно»? Відповідь зобразити графічно.

Задача 4.8. Крива ринкового попиту у виробництві соняшникової олії України задана як $Q_d = 400 - 8P$. У промисловості домінує велика фірма з постійною граничною вартістю \$10 за бочку олії. Також функціонує конкурентне оточення із 100 фірм, кожна з яких має граничну вартість, що визначається як $MC = 10 + 50q$, де q – випуск типової фірми з оточення.

- a) Визначити рівняння кривої пропозиції у конкурентному оточенні, визначити рівняння кривої залишкового попиту. Яку кількість бочок має випускати домінуюча фірма для максимізації прибутку? Яка в результаті встановиться ринкова ціна? За цією ціною, скільки буде вироблятися олії в конкурентному оточенні яку вони займатимуть частку ринку? Яку ринкову частку матиме домінуюча фірма?
- b) Розглянемо переворот у галузі на основі моделі домінуючої фірми. Припустимо, що Антимонопольний комітет постановив розділити домінуючу фірму на дві ідентичні фірми, кожна з яких має постійну граничну вартість виробництва на рівні \$10 за одиницю продукції.

Якою буде рівновага Курно за кількістю вироблених кожною з домінуючих фірм товарів? Яка встановиться ціна ринкової рівноваги? Скільки продукції виробить конкурентне оточення, яку частку ринку воно займатиме за цією ціною?

Задача 4.9. На ринку спочатку знаходиться N домогосподарств. У кожний період часу домогосподарство приймає рішення: якщо рівень споживання перевищує мінімальний (разом з накопиченими запасами), то воно залишається споживачем; якщо коштів для споживання недостатньо, то замість нього утворюється фірма. Кожна фірма наймає робітників (інші домогосподарства) для вироблення продукції. Розробити принципову схему такої економіки (задати всі необхідні функції та параметри), а також знайти точку рівноваги для цієї економіки.

Група Б

Задача 4.10. У минулому році компанія «Надкушена груша» (США) створила революційно новий гаджет «Saveourminds», життя без якого стало зразу неможливим для 6% населення планети Земля. На жаль, компанія не може задовольнити попит на нову продукцію, оскільки не має вільних потужностей. Для виробництва гаджету необхідно будувати нові заводи, кожен з яких вводиться в експлуатацію протягом 6 місяців від моменту здійснення необхідного фінансування. У поточному році кожен завод обходиться компанії у 165,4 млн. гр.од., але за рахунок інфляції кожний наступний рік буде збільшувати вартість на 6%. На одному заводі можна виробити або 17 млн. чорних гаджетів (в основному, купують чоловіки та жінки, старші 25 років), або 16 млн. рожевих гаджетів з білим хвостиком (купуються в основному дівчатами до 25 років). За рахунок агресивної маркетингової компанії можна збільшити кількість осіб, що не можуть жити

без гаджету: кількість нових осіб залежить від наданого фінансування квадратично. Проте на ринок намагаються вийти нові компанії з Китаю, що заважає монополії «Надкушеної груші». Вартість будівництва заводу для них становить у поточному році лише 97,5 млн. дол, а інфляція – 4,6%. Хоча компанії з Китаю не матимуть змоги почати фінансування заводів раніше вересня поточного року, вони активно досліджують ринок. За рахунок недотримання технології, гаджети китайських компаній цінуються значно менше серед споживачів. Припускаючи, що всі компанії на планеті Земля знаходяться на початку січня поточного року, рішення приймаються щомісячно, розробити власну імітаційну модель даної економіки, визначити оптимальні стратегії для компаній, змодельовати, яку частку ринку матиме компанія-лідер впродовж найближчих 25 років.

Тема 5. Моделювання загальної рівноваги

Основні визначення

Функція суспільного добробуту - залежність, що формалізує мету суспільства і в якій рівень суспільного добробуту є зростаючою функцією від добробуту (функцій корисності) окремих членів суспільства:

$$W = W(U_1, U_2, \dots, U_l), \quad \frac{\partial W}{\partial U_i} > 0, \quad i = 1, \dots, l.$$

Ефективність (оптимальність) за Парето – ситуація на ринку, коли не можливо покращити стан хоча б одного учасника, не погіршуючи стану інших.

Діаграма (коробка) Еджворта – графічне зображення можливих варіантів розподілу двох благ (ресурсів) між двома споживачами (фірмами). В цій діаграмі початок координат першого учасника знаходиться в лівому нижньому куті діаграми, другого – в правому верхньому куті, а довжина і висота діаграми визначаються загальними запасами благ (ресурсів).

Контрактна крива – множина ефективних варіантів розподілу благ у діаграмі Еджворта, що є оптимальними за Парето точками.

Нехай блага F і C розподіляються між споживачами А і В. Загальна кількість благ фіксована. Ефективні варіанти розподілу продуктів F і C між споживачами А і В представлені на діаграмі Еджворта точками дотику кривих байдужості. У точках ефективного розподілу благ виконується умова:

$$P_F / P_C = MRS_{FC}^A = MRS_{FC}^B$$

Приклад розв'язання задачі

Задача 1. Іван та Петро ділять між собою 20 кг яблук та 30 кг груш. Функції корисностей мають вигляд $u(x; y) = xy$ та $u(x; y) = xy$, де X – вага яблук, Y – вага груш. Побудувати криву контрактів.

Розв'язок. З умови оптимальності наборів по Парето випливає, що граничні норми заміщення для Івана і Петра співпадають. Нехай x_1 та y_1 – вага яблук та груш у Івана, x_2 та y_2 – вага яблук та груш у Петра. Тоді

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}. \text{ Оскільки } \begin{cases} x_1 + y_1 = 20, \\ y_1 + y_2 = 30, \end{cases} \text{ то } \frac{y_1}{x_1} = \frac{30 - y_1}{20 - x_1}, \text{ звідки } y_1 = 1,5x_1 -$$

рівняння контрактної прямої.

Задачі

Група А

Задача 5.1. Два домогосподарства А та В споживають два товари x_1 та x_2 , маючи такі функції корисності: $u_A = x_1^A x_2^A$ та $u_B = x_1^B x_2^B$. Спочатку А має набір $(e_1^A, e_2^A) = (2, 6)$, В $(e_1^B, e_2^B) = (10, 4)$.

- Намалюйте початкову ситуацію, визначте області, які є кращими та гіршими за Парето. Визначте умови для оптимуму за Парето. Побудуйте контрактну криву для цієї економіки. Які розподіли товарів можливі, виходячи з початкової ситуації?
- Нехай ціни на товари складають $p_1 = 4$ та $p_2 = 8$. Підрахуйте бюджетні прямі для домогосподарств та покажіть ефект підвищення ціни на товар 1.
- Підрахуйте функцію попиту господарств на обидва товари. При якій ціні на обох ринках буде рівновага?
- Покажіть дію закону Вальраса. Які наслідки має підвищення попиту на перший товар?

Задача 5.2. Обмежена кількість ресурсів (капіталу – 50 одиниць, праці – 100 одиниць) розподіляється між виробництвом продуктів А та В. Виробничі функції мають вигляд $Q_A = K^{0,5}L^{0,5}$ та $Q_B = K^{0,2}L^{0,8}$. Побудувати наближено криву виробничих контрактів.

Задача 5.3. Функція корисності першого споживача $U_1 = x_1 + y_1$, а другого $U_2 = 2x_2 + y_2$, де x_i – кількість яблук, y_i – кількість груш. Перший споживач має 5 яблук, а другий – 4 груші. Побудувати множину обмінів та контрактну криву.

Задача 5.4. Роман і Сергій ділять між собою 15 яблук і 25 груш. Функція корисності Романа $U(x,y) = XY$, функція корисності Сергія – $U(x,y) = XY^2$, де X – кількість яблук, Y – кількість груш. Побудуйте криву контрактів.

Задача 5.5. Поясніть перше та друге твердження теорії добробуту за допомогою діаграми коробки Еджворта.

- а) Порівняйте формальні умови загальної ринкової рівноваги з відповідними умовами для оптимуму за Парето.
- б) Яке економіко-політичне значення Ви вбачаєте у обох теоремах? Які припущення повинні виконуватись для дії обох теорем?

Задача 5.6. Маємо двох споживачів А і В котрі мають функції корисності: $U_A = x_A x_A$, $U_B = 6x_B + y_B$. Початковий розподіл благ: $x_A = 20$, $x_B = 80$, $y_A = 180$, $y_B = 20$. Намалювати оптимальну за Парето область.

Задача 5.7. Маємо двох споживачів А і В котрі мають функції корисності: $U_A = x_{1,A}^\rho + x_{2,A}^\rho$; $U_B = x_{1,B}^\rho + x_{2,B}^\rho$. Початковий розподіл благ: $x_{1,A} = 100$, $x_{1,B} = 0$,

$x_{2,A} = 0$, $x_{2,B} = 100$. Розрахувати рівновагу Вальраса та намалювати оптимальну за Парето область, контрактну криву, визначити ядро цієї економіки.

Задача 5.8. У розподілі двох товарів беруть участь два споживача (А та В). Для споживачів корисність залежить від обсягу споживання товарів: $u_A = x_1^{0,5} x_2^{0,5}$, $u_B = x_1^{0,25} x_2^{0,75}$. Загальна кількість першого блага становить 20 одиниць, другого – 30 одиниць. Спочатку споживачі наділені благами порівну. Визначте рівноважні ціни товарів.

Задача 5.9. У економіці два індивіди (А та В) споживають товари за цінами $p_1 = 7$, $p_2 = 4$. Функція корисності індивіда А $u_A(x_1, x_2) = x_1 x_2$, індивіда В – $u_B(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Спочатку індивіди мають наступні набори: $E_A(5, 2)$ та $E_B(1, 11)$ відповідно.

а) Побудувати контрактну криву.

б) Ціни в економіці змінилися $p_1 = 8$, $p_2 = 3$. Визначити нову контрактну криву. Розрахувати ефекти доходу та заміщення для індивідів при зміні цін.

Група Б

Задача 5.10. У економіці два індивіди (А та В) споживають товари за цінами $p_1 = 87$, $p_2 = 13$. Функція корисності індивіда А $u_A(x_1, x_2) = x_1 \sqrt{x_2}$, індивіда В – $u_B(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Спочатку індивіди мають наступні набори: $E_A(15, 4)$ та $E_B(12, 21)$ відповідно. Поки не досягнута загальна рівновага, на кожному кроці ціна товару 1 змінюється на 1%, а товару 2 – зростає на 1%. Змодельовати рух на контрактній кривій, визначити, на якому кроці буде досягнута рівновага за Парето.

Тема 6. Моделювання зовнішніх ефектів

Основні визначення

Зовнішні ефекти (ефекти "третьох осіб") - це ситуація, коли частина вигод або витрат, пов'язаних з виробництвом або споживанням продукту, впливає на тих, хто не є безпосереднім виробником або споживачем продукту. Вони мають місце у тих випадках, коли на економічний стан суб'єктів здійснюється позитивний або негативний вплив у результаті дій інших економічних суб'єктів (без сплати за позитивний вплив або компенсації шкоди). Внаслідок такого впливу власні витрати та вигоди (які відображаються у витратах і доходах відповідних виробників та споживачів) відрізняються від суспільних витрат і вигод (тих, що виникають у суспільстві в цілому).

Негативні зовнішні ефекти виникають тоді, коли не всі витрати мають втілення в ціні, частину витрат виробник перекладає на плечі "третьох осіб", зменшуючи свої власні витрати. Вони є вартістю ресурсів, які використовуються виробником, але не сплачуються ним за ринковою ціною. Наприклад, виробництво забруднювачів довкілля разом з виробництвом корисних благ.

Позитивні зовнішні ефекти є додатковою користю, яка не відображається в ринковій ціні й отримується третіми особами. Позитивний зовнішній ефект виникає тоді, коли діяльність одних економічних суб'єктів приносить вигоду деяким іншим, що не беруть участь у ринковій угоді.

$$TSC = TPC + TEC,$$

де

сукупні зовнішні витрати (TEC) – це витрати, що перекладаються на третіх осіб і не відшкодовуються виробником;

сукупні індивідуальні витрати (TPC) – витрати, які відшкодовуються виробником;

сукупні суспільні витрати (TSC) – це сума витрат на виробництво блага та витрат, пов'язаних із негативними зовнішніми ефектами.

Інтерналізація зовнішніх ефектів – процес перетворення зовнішніх ефектів у внутрішні, що досягається шляхом наближення граничних приватних витрат (і відповідно вигод) до граничних суспільних витрат (вигод).

Коригуючий податок (податок А.Пігу) – це податок на випуск економічних благ, що характеризуються негативними зовнішніми ефектами.

Теорема Р.Коуза. Коли права власності всіх сторін ретельно визначені, а трансакційні витрати дорівнюють нулю, то кінцевий результат (який максимізує цінність виробництва) не залежить від змін у розподілі прав власності (якщо ігнорувати ефект доходу).

«Проблема безбілетника» – схильність споживачів ухилятися від участі у фінансуванні виробництва суспільних благ або мінімізувати пов'язані з цим витрати в розрахунку на те, що це зроблять інші.

Приклади розв'язання задач

Задача 1. Нехай 1000 однакових фірм виробляють алмази та загальні витрати типової фірми мають вигляд $TC = q^2 + wq$, де q – випуск окремо взятої фірми, w – зарплата працівників на фірмах-обробниках алмазів.

а) Якщо $w=10$, якою буде крива пропозиції окремо взятої фірми і крива галузевої пропозиції (короткостроковий період)? Скільки продукту буде вироблено при $p = 20$? $p = 21$?

б) Якщо відома залежність зарплати від загального галузевого випуску Q виду $w = 0.002Q$, то як в такій ситуації зміниться функція галузевої пропозиції і величина пропозиції при $p = 20$? $p = 21$?

Розв'язок.

1. Знайдемо початковий об'єм пропозиції на ринку алмазів при $w = 10$.

Оскільки $TC = q^2 + w \cdot q$, то $MC(q) = 2q + 10$. Умова максимізації прибутку на ринку досконалої конкуренції $MC(q) = P$ дозволяє знайти функцію пропозиції окремо взятої фірми: $q_s = \frac{P}{2} - 5, P \geq 10$. Кількість

підприємств $n = 1000$, тому галузева пропозиція

$$Q_s = 1000q_s = 500P - 5000, P \geq 10.$$

При $P = 20$ $Q_s = 5000$; при $P = 21$ $Q_s = 5500$.

Знайдені величини пропозиції товарів не враховують зворотну реакцію ринку праці на зміну на ринку алмазів.

2. При врахуванні зворотного зв'язку, тобто залежності $w = 0.002Q$, функція загальних витрат окремої фірми буде мати вигляд $TC = q^2 + q(0.002 \cdot 1000q) = 3q^2$. Тоді $MC(q) = 6q$.

Функція пропозиції окремої фірми $q_s = \frac{P}{6}, P \geq 0$. Галузева пропозиція

має вигляд: $Q_s = 1000q_s = \frac{500}{3}P, P \geq 0$.

При $P = 20$ $Q_s \approx 3333$; при $P = 21$ $Q_s = 3500$.

В порівнянні з пунктом першим задачі об'єми пропозиції алмазів знизились, що пов'язане з ростом витрат виробництва.

Задача 2. Суспільство країни Класія складається з трьох, однакових за кількістю людей, соціальних груп: бідні, середній клас і багаті люди. В

умовах можливої агресії сусідньої країни вирішується питання про зміцнення оборони. Економісти країни, вивчили вподобання кожної із соціальних груп щодо їх потреб у послугах з оборони країни і з'ясували, що функція попиту на оборону у бідних верств населення виражається рівнянням: $Q_{\text{БІД.}} = 30 - P$; функція попиту на оборону у середніх верств населення: $Q_{\text{СЕРЕД.}} = 70 - P$; функція попиту на оборону у багатих: $Q_{\text{БАГАТ.}} = 80 - P$. Граничні витрати на формування нових оборонних бригад разом з боєприпасами виявилися постійними, не залежними від обсягів надання цих послуг, і склали 120 гр.од. за кожен одиницю.

А) Необхідно визначити, скільки бригад треба сформувати в країні, скільки буде сплачувати кожна з груп за цю кількість бригад.

Б) Що станеться, якщо уряд країни поставить на голосування в парламенті пропозицію про введення єдиної ціни за послуги з оборони у вигляді податку в розмірі 40 гр.од. за нову бригаду і одночасного збільшення кількості бригад на 5 одиниць понад рівноважний обсяг?

Розв'язок. Як відомо, оборона країни - це суспільне благо, яке споживається всіма членами суспільства в абсолютно однаковій кількості, оскільки таке благо єдине і неподільне (на відміну від блага ринкового типу).

А. 1. Позначимо загальний обсяг виробництва послуг з оборони як Q , а обсяг споживання цих послуг кожної з груп, як позначено в умові завдання: $Q_{\text{БІД.}}$; $Q_{\text{СЕРЕД.}}$; $Q_{\text{БАГАТ.}}$. Так як оборона країни - це суспільне благо, то обсяг споживання кожної з груп буде однаковий і дорівнює обсягу надання цієї послуги:

$$Q_{\text{БІД.}} = Q_{\text{СЕРЕД.}} = Q_{\text{БАГАТ.}} = Q$$

2. Кожна з груп населення, оплачуючи свою ціну за послугу з оборони, отримує граничну вигоду від наданих послуг у відповідності зі своїми потребами. У цьому зв'язку сплачується ціна кожною групою буде дорівнює граничній вигоді, одержуваної від оборони країни:

$$P_{\text{БІД.}} = MB_{\text{БІД.}} \quad P_{\text{СЕРЕД.}} = MB_{\text{СЕРЕД.}} \quad P_{\text{БАГАТ.}} = MB_{\text{БАГАТ.}}$$

3. Запишемо функції попиту на оборону для кожної групи, висловивши їх через функції цін попиту, тому кожна з груп у кожному разі буде споживати однакову кількість послуг з оборони, але платити різну ціну за ці послуги:

$$P_{\text{БІД.}} = MB_{\text{БІД.}} = 30 - Q, \text{ при } Q \leq 30,$$

$$P_{\text{СЕРЕД.}} = MB_{\text{СЕРЕД.}} = 70 - Q, \text{ при } Q \leq 70,$$

$$P_{\text{БАГАТ.}} = MB_{\text{БАГАТ.}} = 80 - Q, \text{ при } Q \leq 80$$

Ці рівняння показують, що для кожної з груп вигода від послуг з оборони (МВ) дорівнюватиме нулю, якщо обсяг цих послуг буде перевищувати відповідне значення кількості послуг з оборони, необхідного кожної з груп. Тобто більшу кількість цих послуг кожна з груп оплатити не може.

4. Загальний попит на оборону всіх груп, узятих разом, дорівнює сумі цін, які готові заплатити кожна з груп:

$$P_d = P_{\text{БІД.}} + P_{\text{СЕРЕД.}} + P_{\text{БАГАТ.}}$$

або

$$P_d = MB_{\text{БІД.}} + MB_{\text{СЕРЕД.}} + MB_{\text{БАГАТ.}} = (30 - Q) + (70 - Q) + (80 - Q)$$

5. Знаходимо рівноважний обсяг послуг з оборони для всіх груп.

Для цього підсумовуємо групові функції попиту і прирівнюємо їх до граничних витрат на виробництво одиниці послуг з оборони ($MC = 120$), тому умова рівноваги - це рівність граничної вигоди і граничних витрат ($MC = P_d$):

$$(30 - Q) + (70 - Q) + (80 - Q) = 120$$

$180 - 3Q = 120 \rightarrow Q = 20$ (рівноважний обсяг послуг з оборони = кількість бригад)

6. Для визначення цін, які сплачуватиме кожна з груп, підставимо знайдене рівноважне значення послуг з оборони в кожен з групових функцій ціни попиту:

$$P_{\text{БІД.}} = MB_{\text{БІД.}} = 30 - Q = 30 - 20 = 10 \text{ гр.од.}$$

$$P_{\text{СЕРЕД.}} = MB_{\text{СЕРЕД.}} = 70 - Q = 70 - 20 = 50 \text{ гр.од.}$$

$$P_{\text{БАГАТ.}} = MB_{\text{БАГАТ.}} = 80 - Q = 80 - 20 = 60 \text{ гр.од.}$$

Таким чином, рівноважний обсяг послуг з оборони країни складе 20 бригад. Вартість послуг з оборони для кожної з груп складе: бідна група оплачує 10 гр.од., середній клас оплачує 50 гр.од., багата група оплачує 60 гр.од.

Б. 1. Збільшення обсягу виробництва послуг з оборони на 5 одиниць дає значення 25 одиниць. У цьому випадку вигода від послуг з оборони для кожної з груп складе:

$$MB_{\text{БІД.}} = 30 - Q = 30 - 25 = 5 \text{ гр.од.}$$

$$MB_{\text{СЕРЕД.}} = 70 - Q = 70 - 25 = 45 \text{ гр.од.}$$

$$MB_{\text{БАГАТ.}} = 80 - Q = 80 - 25 = 55 \text{ гр.од.}$$

2. Однак уряд пропонує ввести єдину плату за оборону у вигляді податку, рівного 40 гр. од. Порівняємо плату, яку пропонує ввести уряд з вигодами кожної групи, які вони отримують від збільшився обсягу послуг з оборони:

Групи населення	Отримувані вигоди	Плата за одержувані вигоди (податок)	Рішення групи на голосуванні в парламенті
Бідна група населення	5 гр.од.	40 гр.од.	проти
Середній клас	45 гр.од.	40 гр.од.	за
Багата група населення	55 гр.од.	40 гр.од.	за

У результаті бідна група населення залишиться в меншості при голосуванні і буде прийнято урядове рішення. Таким чином, обсяг послуг з оборони складе 25 одиниць, а кожна група буде платити податок у розмірі 40 гр.од.

Задачі

Група А

Задача 6.1. Функція витрат целюлозної фабрики $TC_1 = 10 + 15Q_1 + 0,25Q_1^2$. Свою продукцію вона продає по незмінній ціні $P_1 = 40$. Витрати риболовного кооперативу, який використовує ту ж водойму, що і фабрика, ростуть по мірі збільшення свого випуску і випуску фабрики: $TC_2 = 5 + 5Q_2 + 0,5Q_2^2 + Q_1^2$. Свою продукцію кооператив продає по незмінній ціні $P_2 = 80$. Обидва підприємства прагнуть максимізувати прибуток.

а) Визначити обсяги випуску і прибутку кожного підприємства, якщо водойма є безплатним суспільним благом.

б) Риболовний кооператив має право брати з целюлозної фабрики фіксовану плату за кожен одиницю її випуску. Яка плата буде встановлена?

в) Целюлозна фабрика має право на забруднення водойми внаслідок випуску своєї продукції. Яку фіксовану плату кооператив захоче запропонувати фабриці за кожен одиницю скорочення її випуску і якими будуть обсяги випуску і прибуток кожного підприємства?

г) Фабрика і кооператив вирішили об'єднатись. Визначити обсяг випуску і прибуток об'єднаного господарства.

Задача 6.2. Готовність абітурієнтів платити за навчання у ЗВО виражено функцією $P = 50 - 0,5N$, де P – сума плати; N – кількість абітурієнтів, тис. чол. Виражена у грошах гранична суспільна корисність вищої освіти відображається функцією $MU = 70 - 0,5N$, де MU – гранична суспільна корисність. Загальні витрати ЗВО на підготовку спеціалістів задані функцією $TC = 10N + N^2$.

а) Визначити величину зовнішнього ефекту підготовки спеціаліста з вищою освітою.

б) Яка кількість студентів відповідає максимуму їх сумарної корисності?

в) Яка кількість студентів відповідає максимуму суспільної корисності?

г) Визначити величину плати за навчання одного студента і суму дотації на його навчання, які відповідають максимуму суспільної корисності вищої освіти.

Задача 6.3. Опитування показало, що готовність жителів трьох будинків платити за озеленення їх двору виражається наступними функціями: $P_1 = 80 - Q$, $P_2 = 60 - Q$, $P_3 = 40 - Q$, де P_i - максимальна сума грошей, яку згодні заплатити жителі i -го будинку за чергове дерево. Загальні витрати на озеленення визначаються за формулою $TC = 2Q + 0,5Q^2$. Визначити Парето-ефективну кількість дерев у дворі будинку.

Задача 6.4. В Фірма А виробляє продукцію згідно з виробничою функцією $x_A = \sqrt{L_A}$, використовуючи лише трудові ресурси, створюючи при цьому негативний зовнішній ефект для фірми В, що має виробничу функцію $x_B = \sqrt{L_B} - 0,5x_A$. Порівняти ринкове та ефективне розміщення, якщо $p_A = p_B = 8$, ставка заробітної плати $w = 1$.

Задача 6.5. У господарстві, що складається із двох галузей, попит та пропозиція представлені наступними функціями:

$$Q_A^D = 32 - 3P_A + 2P_B; Q_A^S = -10 + 2P_A - P_B;$$

$$Q_B^D = 43 - 2P_B + P_A; Q_B^S = -5 + P_B - 0,5P_A.$$

Чи можлива в цьому господарстві загальна економічна рівновага, чи є вона стійкою?

Задача 6.6. У господарстві, що складається із двох галузей, попит та пропозиція представлені наступними функціями:

$$Q_A^D = 8 - 2P_A + 3P_B; Q_A^S = 10 + P_A - 2P_B;$$

$$Q_B^D = 14 - P_B + 2P_A; Q_B^S = 17 + 0,5P_B - P_A.$$

Чи можлива в цьому господарстві загальна економічна рівновага, чи є вона стійкою?

Задача 6.7. Пасіка розташована поряд з яблуневим садом, який належить іншому власнику. Обидві фірми працюють в умовах досконалої конкуренції. Загальні витрати на виробництво меду TC_1 , а загальні витрати на вирощування яблук TC_2 . Ціна меду P_1 , ціна яблук P_2 .

$$P_1 = 2;$$

$$P_2 = 3;$$

$$TC_1 = \frac{Q_1^2}{100};$$

$$TC_2 = \frac{Q_2^2}{100} - Q_1;$$

- а) Яким буде рівноважний випуск меду і яблук, якщо кожна фірма діє незалежно?
- б) Припустимо, що пасічник і садовод об'єднались. Яким буде максимальний прибуток об'єднаної фірми виробництво меду і яблук?
- в) Яке суспільно-ефективне виробництво меду? Якщо фірми залишаються розділеними, то яку субсидію потрібно надати виробникові меду, щоб вийти на суспільно-ефективний рівень виробництва?

Задача 6.8. Фабрика скидає стічні води в озеро, яке використовують для відпочинку 1000 чоловік. Нехай X – об'єм стічних вод, а Y_i – кількість годин на добу, які кожен індивід (i) використовує для відпочинку на озері. Якщо фірма скидає X одиниць стічних вод в озеро, то її прибуток - π . Всі індивіди мають однакові функції корисності $U(Y_i, X)$, а також однакові доходи.

Припустимо також, що фабрика та індивіди приймають рішення незалежно один від одного.

$$\pi = 1200x - 100x^2;$$

$$U(x, y_i) = 9y - y_i^2 - xy_i.$$

- а) Скільки годин відпочинку на озері вибере кожен з індивідів, якщо відомо, що фабрика отримує максимальну величину прибутку?
- б) При даній кількості годин відпочинку на озері, скільки готовий заплатити кожен індивід за зниження забруднення (X) на 1 одиницю?
- в) Чи вистачить цим індивідам засобів, щоб заплатити фабриці за зниження обсягів скидання стічних вод на 1 одиницю?

Група Б

Задача 6.9. У країні працюють два типи фірм. Фірми першого типу для випуску продукції вимушені забруднювати навколишнє середовище. Фірми другого типу несуть збитки через низьку якість природних ресурсів. Всі фірми намагаються максимізувати власні прибутки, використовуючи в якості основного ресурсу працю громадян (ефективність роботи фірм другого типу залежить також від поточної якості навколишнього середовища). Фірми можуть створюватися та йти з ринку з економічних причин.

Громадяни країни споживають товари обох типів фірм, максимізуючи власну функцію корисності: $u_i = x_1^{\alpha_i} x_2^{\beta_i} x_3^{\gamma_i}$, де $x_j, j = \overline{1,3}$ – споживання трьох типів товарів (товари фірм першого типу, товари фірм другого типу, грошові заощадження), $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ – коефіцієнти для i -го індивіда (мають нормальний розподіл на заданому користувачем відрізку). У країні існує уряд, який кожного часового періоду встановлює оптимальну на його думку ставку податку на прибуток фірм, на забруднення навколишнього середовища. Доходи фізичних осіб (заробітна плата на фірмах обох типів)

не оподатковуються. Всі доходи бюджету уряд витрачає на поліпшення екологічної ситуації.

Розробити та реалізувати модель функціонування такої економіки, припускаючи, що в країні відсутня неофіційна економіка. Всі невідомі величини мають задаватися параметрично користувачем на початку роботи програми.

Задача 6.10. В країні функціонує 2 фірми: фармацевтична компанія та заготівельне підприємство (збирає ягоди). Кожна із фірм має свої витрати. Ціни за продукцію різні та змінюються постійно з часом. Фармацевтична компанія забруднює ґрунт, де ростуть ягоди, проте заготівельне підприємство має право стягувати плату з компанії за забруднення. Фармацевтична компанія експортує свою продукцію за визначеною ціною, максимізуючи власний прибуток. Побудувати імітаційну динамічну модель даної економіки.

Тема 7. Екологічні моделі у мікроекономічному моделюванні

Основні визначення

Мікроекономічні моделі – моделі, що описують взаємодію структурних та функціональних складових економіки, або поведження окремої такої складової у ринковому середовищі.

При еколого-економічному підході головною умовою розрахунків є **включення показника збитку, заподіяного забруднення навколишнього середовища**. В цьому випадку дуже дорога малоліквідна технологія може стати вигіднішою технології, що забруднює природу.

Екологічна модель – імітаційна модель, що включає в себе екологічні та економічні аспекти діяльності мікроекономічних суб'єктів і має ряд можливостей, яких немає у аналітичних моделей:

- дозволяють використовувати в моделі залежності, які не виражаються в аналітичній формі;
- дозволяють програвати різні сценарії розвитку системи;
- дозволяють враховувати часові та просторові неоднорідності.

Приклад розв'язання задачі

Задача 1. Підприємство виробляє напої «Смакотунчик». Попит на напої в алюмінієвих банках описується функцією $Q^D = 200 - 2p$. Загальні витрати фірми на виробництво цих напоїв описуються функцією $TC_n = 2Q + 0,25Q^2$, а залежність витрат на збір міського сміття від кількості куплених напоїв виражається функцією $TC_u = 0,2Q^2$. Наскільки виробництво напоїв перевищує громадський оптимум, коли витрати на прибирання сміття фінансує муніципалітет?

Розв'язок. $Q^D=200-2p$, звідси знайдемо рівняння, що описує ціну $p=100-0,5Q$. $TC_n=2Q+0,25Q^2$, тоді знайдемо $MC = TC'=2+0,5Q$, $MC=P$.

Прирівнюємо два рівняння і знайдемо Q_n :

$$2+0,5Q=100-0,5Q, Q_n = 98.$$

$$TC_{\Sigma}= TC_n+ TC_u=2Q+0,25Q^2+0,2Q^2, TC_{\Sigma}=2Q+0,45Q^2.$$

$$MC = TC_{\Sigma}'=2+0,9Q$$

$$MC=P$$

$$2+0,9Q=100-0,5Q$$

$$1,4Q=98$$

$$Q_{\Sigma}=70.$$

$$\Delta Q= Q_{\Sigma} - Q_n = 98-70 = 2.$$

Задачі

Група А

Задача 7.1. Витрати підприємства для виготовлення продукції за рік становлять $TC = 60000+0,02Q^2$, де Q – обсяг виробництва продукції в шт. Ринкова ціна за одиницю готової продукції становить 3000 гр.од. Підприємство за рік розмістило на несанкціонованому звалищі в межах міста 20 тон відходів 4 класу небезпеки (в межах ліміту) - горілу землю з ливарного цеху, шлак з печей, окалину від роботи прокатних і ковальсько-пресових цехів. Норматив плати за розміщення 1 тони відходів 4 класу небезпеки в межах встановлених лімітів розміщення відходів складає 200 гр.од. Підвищувальний коефіцієнт екологічної ситуації та екологічної значимості стану атмосферного повітря в місті дорівнює 1,5. Коефіцієнт індексації плати у зв'язку із зростанням цін (застосовується до ставок) складає 62. За несанкціоноване розміщення плата збільшується в 5 разів.

Коефіцієнт за розміщення відходів в межах міста складає 5. Підприємство сплачує податок на прибуток (19% з 1 січня 2013 року – по 31 грудня 2013р).

а) Визначити річну плату за розміщення відходів.

б) Знайти рівноважний випуск та максимальний прибуток підприємства.

в) Розрахувати прибуток підприємства після сплати усіх податків та відрахувань.

Задача 7.2. Підприємство виготовляє лампи денного світла. Попит і пропозиція на продукцію описуються рівняннями: $Q^D = 2600 - 15p$ та $Q^S = 1250 + 30p$. Але під час виробництва, утворюються шкідливі речовини та відходи загальною масою 2 т на місяць. На їх утилізацію підприємство витрачає щомісяця 4000 гр.од. Але екологічна інспекція виявила, що відходи розміщуються недалеко від міста. Підприємству необхідно сплатити штраф, трикратного розміру щомісячної оплати за розміщення відходів у спеціально відведеному для цього місці.

а) Підрахуйте рівноважну ціну та кількість проданої продукції.

б) Підприємство встановила максимально можливу ціну за 1 цю продукції – 40 гр.од. Проаналізуйте наслідки такого рішення.

в) Порахувати прибуток при рівноважній ціні та кількості продукції.

1. Враховуючи сплату за розміщення відходів

2. Враховуючи штраф.

г) Порахувати прибуток при підвищеній ціні.

1. Враховуючи сплату за розміщення відходів

2. Враховуючи штраф.

Задача 7.3. Визначте рівноважну ціну торгів місцевого хлібокомбінату, якщо денний обсяг попиту Q^D дорівнює $1000-40Q$, а денна пропозиція Q^S складає $300 + 30Q$. Під час виробництва торгів підприємство «викидає» в

атмосферу шкідливі речовини. Хлібокомбінат витрачає 20% свого прибутку на ліквідацію екологічної шкоди завданої «викидами» підприємства. Яку виручку при цьому буде мати комбінат? Як зміниться обсяг продажу і виручка, якщо хлібокомбінат установить ціну 12 гр.од.? Чи має сенс підвищення цін? Як зміниться стан ринку.

Задача 7.4. Невеликий місцевий завод з виробництва м'ясної продукції підвищив ціни на м'ясо з 30 до 35 гр.од. за 1 кг. Обсяг попиту на нього скоротився з 100 до 98 кг. Завод сплачує державі екологічний податок за викид шкідливих речовин в атмосферу в розмірі 1000 гр.од. Визначте тип еластичності попиту на м'ясо, зміну загальної виручки продавця.

Задача 7.5. Змінні витрати при виробництві 5 тис. ручок становлять 48 тис. гр.од., А 19 тис. ручок - 162 тис. гр.од. Постійні витрати становлять 64 тис. гр.од. Ціна однієї ручки 25 гр.од. Проте підприємство за несанкціоноване розміщення відходів має сплатити штраф в розмірі 3000 грн, щоб виготовити 5 тис. ручок, та 52000 гр.од. – при виробництві 19 тис. гр.од. Визначте, який варіант виробничої програми дає максимальний прибуток і мінімальні середні витрати.

Задача 7.6. В результаті виробничого процесу на підприємстві утворюється 10 т умовних відходів. Відомо, що функція збитку, що наноситься викидами відходів у навколишньому природному середовищі, має вигляд: $U(V) = 4V^2 + 20$ (тис. гр. од.), а функція природоохоронних витрат на очищення відходів від шкідливих домішок має наступний вигляд: $Z(x) = 8x + x^2$ (тис. гр. од.). Знайти точку економічного оптимуму забруднення навколишнього природного середовища і розрахуйте загальні екологічні витрати в точці економічного оптимуму забруднення.

Задача 7.7. В результаті виробничого процесу утворюється 10 т умовних відходів. Відомо, що функція збитку, від шкоди викидів навколишньому середовищу, має вигляд: $U(V) = 3 \cdot V^2 + 35$. Функція природоохоронних витрат на очищення викидів від шкідливих домішок має наступний вигляд: $Z(x) = 6 \cdot x + x^2$. Знайти точку економічного оптимуму забруднення і розрахуйте загальні екологічні витрати суспільства в точні економічного оптимуму.

Задача 7.8. До Дніпра (коефіцієнт екологічної значимості водогосподарської ділянки складає 1,33) з дачних ділянок розташованих в його околицях, було змито 1000 т родючих ґрунтів (зважені речовини) і 10 т нафтопродуктів. Оцініть економічний збиток від забруднення річки поверхневим стоком, знаючи, що показник відносної небезпеки для зважених речовин дорівнює 0,05 ум. т / т, а для нафтопродуктів - 20 ум. т / т.

Задача 7.9. Фірма здійснює виробництво синтетичних тканин. Функція загальних витрат складає $TC = 8 + 8Q + 2Q^2$, може продати любую кількість своєї продукції за ціною $p = 20$. Під час виробництва підприємство скидує в атмосферу і в воду шкідливі речовини в розмірі 1,5 т. Фірма сплачує екологічний податок сумою 2.

1. Визначити випуск фірми, що: а) мінімізує середні витрати; б) максимізує прибуток.
2. Розрахувати максимальну величину: а) прибутку; б) надлишку виробника.
3. Визначити еластичність пропозиції фірми по ціні, коли фірма отримує максимум прибутку.

Група Б

Задача 7.10. Розробити імітаційну гру, що моделює роботу двох підприємств з загальними очисними спорудами. У стічних водах містяться однакові забруднюючі речовини, умовно названі «кислотою» і «органікою». Стічні води обох підприємств надходять спочатку в нейтралізатор, потім у відстійник, і вже звідси скидаються в ріку. Обсяг стічних вод кожного підприємства залежить від інтенсивності роботи цього підприємства (остання визначається від максимального завантаження потужності). Стічні води 2-го підприємства мають більш високу ступінь забруднення. У процесі роботи автоматично контролюються наступні параметри системи: перевищення ГДК кислоти; перевищення ГДК в органіці; переповнення нейтралізатора; переповнення відстійника.

Швидкість знищення шкідливих домішок в ємностях задається користувачем, однак треба враховувати, що в нейтралізаторі органіка розкладається дуже повільно, а в відстійнику повільно відбувається нейтралізація кислоти. Скидання в річку води з очисних споруд з перевищенням ГДК кислоти та органіки відбувається в тих випадках, коли при інтенсивній роботі підприємств стічні води не встигають очищатися до необхідного рівня. У кожному з цих випадків програма реагує зупинкою насоса, що перекачує рідину в річку.

При переповненні нейтралізатора зупиняється робота обох підприємств, при переповненні відстійника відключається насос, що перекачує рідину з нейтралізатора у відстійник. У випадках, коли система очищення не вкладається у відведені рамки (за рівнями заповнення або ГДК), видається інформація на екран і накладається штраф. Метою гри є отримання якомога більш високого прибутку за ігровий цикл (K періодів).

Керуючий вплив на виробничу систему здійснюється вибором наступних параметрів: інтенсивністю роботи першого підприємства;

інтенсивністю роботи другого підприємства; потік з нейтралізатора у відстійник; скид у річку.

Задача 7.11. Розробити імітаційну гру з такими умовами. Ділянка ріки має певну глибину, ширину, швидкість течії. Під час паводку швидкість течії і витрати води в річці підвищуються. Промислове підприємство розташоване у верхній частині ріки. При своєму функціонуванні воно скидає в річку промислові стоки, що містять органічні речовини. Кількість стічних вод залежить від обсягу виробленої продукції, яка може змінюватися від 0 до 150 одиниць на добу. Виробництво одиниці продукції дає 0.1 куб. метра стоку при БПК 2000 мг / літр.

Тваринницький комплекс розташований в середині течії річки і призначений для вирощування свиней (від 0 до 2000 голів) або великої рогатої худоби (від 0 до 1000 голів). При вирощуванні тварин на добу утворюється з кожної свині 4.5 літра гною з БПК 6000 мг / літр і по 14 літрів гною з кожної корови з БПК 8000 мг / літр.

На сільгоспугіддях можна вирощувати пшеницю, жито, ячмінь, кукурудзу та картоплю. Для підвищення врожайності можна вносити добрива, вапнувати ґрунт і застосовувати отрутохімікати. Граничні дози внесення добрив і отрутохімікатів задаються законодавчо (азотні, калійні, фосфорні добрива - не більше 50 кг / га для кожного виду; органічні добрива - не більше 20 т / га; вапнування - не більше 2 т вапна на гектар; метафосу (засіб боротьби з шкідниками) - не більше 30 кг / га; засіб боротьби з хворобами - не більше 3.5 кг / га; засіб боротьби з бур'янами - не більше 6.0 кг / га).

Житлове селище проводить забір води з річки для постачання населення. У програмі встановлені певні значення ГДК для отрутохімікатів, БПК, концентрації кисню у воді. При забрудненні річки можлива очищення води з витратою додаткових коштів. Пересувна станція контролю якості

води справляє визначення вмісту кисню і органічних речовин, що надходять в результаті господарської діяльності в воду, а також величину БПК. Місце розташування станції вибирають самі учасники гри.

Гравці мають можливість: вибрати інтенсивність роботи підприємства, вид і кількість тварин на фермі (на початку гри), вибрати сільськогосподарську культуру для вирощування й необхідні для досягнення врожаю добрива та отрутохімікати, вибрати методи очищення стоків з підприємства і ферми, визначити місце розташування ПСК на річці, застосувати інші природоохоронні заходи (лісонасадження, оранка, штучна аерація). Насадження лісосмуг по березі річки зменшує дощовий стік, і, отже, винос забруднюючих речовин. При цьому вплив лісосмуги росте з її віком. За умовами гри можливе створення лісосмуги в один, два або три ряди шириною кожен по 10 метрів уздовж всієї річки. Застосування різних видів оранки також забезпечує зменшення стоку з полів дощової води.

Витрати складаються з витрат на реалізацію природоохоронних заходів, обробку сільгоспугідь, внесення добрив і отрутохімікатів. Прибуток від ведення господарської діяльності складається з прибутку, отриманого від реалізації виробленої продукції. Економічний збиток залежить від якості води в річці і включає витрати на додаткове очищення води для потреб селища, втрати від захворювань населення, витрати закладів охорони здоров'я у зв'язку з хворобами населення, що виникають через забруднення навколишнього середовища, власні витрати населення, пов'язані з поїздками на відпочинок в інші місця.

Завдання граючих - отримати максимальний прибуток при нанесенні мінімального збитку природі.

Задача 7.12. Розробити імітаційну гру для двох незалежних підприємств А та В, що розташовані на березі річки. Незалежність учасників полягає в тому, що кожний з них має певний ресурс (гроші) Q_A , Q_B і може його

використовувати за власним вибором. Нехай суб'єкти ПР - це директори заводів (підприємств) з різних відомств, навіть - країн. Тобто, між ними немає зв'язків ієрархічного типу, але є екологічний зв'язок. Кожне підприємство має свою "еґоїстичну" мету - максимально збільшити власний прибуток $\Psi_i(y_i) \rightarrow \max, i = A, B$.

Для виробництва і життя обом підприємствам потрібна чиста вода - одному більше, другому - менше. Крім того, в країнах можуть бути свої системи штрафів за забруднення чи користування ресурсами середовища. Отже, частину свого бюджету (x_i) підприємства змушені відраховувати на очисні споруди власної ділянки річки. Отже, $Q_i = y_i + x_i$. Створити таку систему відрахувань на очищення води річки (загальної для всіх учасників), яка була б усім вигідною (і, можливо, не тільки підприємствам).

Задача 7.13. Розробити імітаційну гру при якій можна дослідити динаміку моделі росту виробництва з навантаженням на середовище. Нехай функція корисності від виробництва має такий вигляд:

$$u(c, p) = Ac^a - Bp^b, \quad 0 < a < 1, b > 1; A, B > 0,$$

де $c(t)$, $p(t)$ - відповідно, функція споживання продукції виробництва і функція концентрації відходів, які мають негативний вплив на стан середовища (забруднення). Нехай:

$$p = \varepsilon Y = \varepsilon F(K, L) = f_0 K^{0.3} L^{0.6},$$

$$c = aF(K, L).$$

Частина відходів $p(t)$ асимілюється із середовищем з темпом $\gamma p(t)$. При зниженні забруднення на 1 витрачається r одиниць продукції. Отже, маємо наступну систему рівнянь, де $K(t)$ - функція капіталу виробництва:

$$\frac{dK(t)}{dt} = (1 - a - b)F(K, L) - \mu K(t),$$

$$\frac{dK(t)}{dt} = (\varepsilon - rb)F(K, L) - \gamma p(t).$$

Для задачі оптимального керування введіть критерій оптимальності, як максимізацію загальної корисності.

Задача 7.14. Розробити імітаційну гру протягом 15 періодів. Підприємство здійснює виробництво вінілхлориду та поліетилену і використовує під час виготовлення продукції атмосферне повітря і воду з місцевої річки. Внаслідок чого забруднює водні ресурси та повітря, чим більший об'єм випуску продукції, відповідно підприємство більше забруднює навколишнє середовище. Врахувати можливість аварії на підприємстві, якщо потужності підприємства завантажені на 100%, і порахувати збиток підприємства після аварії, також розрахувати величину збитку у випадку, якщо підприємство застраховане (страховий поліс на ваш вибір). Включити штрафні санкції екологічної служби, якщо шкідливі речовини у воду вище нормативів, і включити розрахунок «екологічного» податку, якщо скид шкідливих речовин в межах норми. Також порахувати економічну вигоду підприємства і навколишнього середовища від придбання та встановлення очисних споруд. Кожен період має інші економічні та екологічні характеристики діяльності підприємства.

Витрати складаються з витрат на реалізацію природоохоронних заходів визначених гравцями. Прибуток від ведення господарської діяльності складається з прибутку, отриманого від реалізації виробленої продукції. Економічний збиток залежить від якості води в річці і включає витрати на додаткове очищення води. Завдання граючих - отримати максимальний прибуток при нанесенні мінімального збитку природі.

Тема 8. Моделювання на ринках асиметричної інформації

Основні визначення

Агент – у договірних взаємовідносинах, сторона, що володіє правами на залишковий контроль, делегованими їй іншою стороною, зазвичай принципалом. Як правило, являється поінформованою стороною.

Принципал – у договірних взаємовідносинах, сторона, що володіє правами на залишковий дохід. Як правило, являється непоінформованою стороною.

Опортунізм – переслідування особистих цілей з використанням підступності.

Постконтрактний опортунізм полягає у тому, що після укладання угоди дії агента не (в повній мірі) відповідають інтересам принципала. Дана проблема виникає, тому що по - перше, принципал і агент мають різні інтереси, а по - друге, має місце асиметрія інформації.

Асиметрія інформації – стан, за якого одна частина учасників ринкової угоди володіє важливою інформацією, а інша частина такої інформації не має.

Моральний ризик – поведінка індивіда, що свідомо збільшує вірогідність можливого збитку з надією, що збитки будуть повністю (або навіть з лишком) покриті страховою компанією.

Приклад розв'язання задачі

Задача 1. Попит на якісний товар дорівнює $40 - p$, а попит на неякісний дорівнює $20 - p$. Пропозиція якісного товару задається формулою $p - 10$, а пропозиція неякісного товару задається формулою $p - 5$. У перший день покупці виходять з того, що весь товар є якісним. Знайти:

- а) ціну та частку якісного товару в умовах рівноваги;
- б) параметри рівноваги протягом перших трьох днів.

Розв'язок. Попит на якісний товар задається формулою: $D_1 = 40 - p$, а на неякісний товар: $D_0 = 20 - p$. Пропозиція якісного товару задається формулою: $S_1 = p - 10$, а неякісного товару: $S_0 = p - 5$.

Мінімальна ціна пропозиції для першого продавця дорівнює 10, а для другого продавця вона дорівнює 5. Отже, при ціні, більшій 10, крива ринкової пропозиції утворюється в результаті підсумовування заданих функцій індивідуальної пропозиції: $S = 2p - 15$.

а) З'ясуємо, чи можлива ринкова рівновага при цінах, більших 10. В цьому випадку частка пропозиції якісних товарів на ринку дорівнює:

$$a = \frac{S_1}{S_1 + S_0} = \frac{(p - 10)}{(2p - 15)}.$$

Тоді крива ринкового попиту $D = aD_1 + (1 - a)D_0$ після елементарних перетворень матиме вигляд:

$$D = \frac{75p - 500 - 2p^2}{2p - 15}.$$

У точці рівноваги $S = D$, а тому $6p^2 - 135p + 725 = 0$.

Перший корінь цього рівняння $p^1 = 8,85$, $p^1 < 10$ – сторонній, бо він не відноситься до досліджуваного нами проміжку зміни ціни.

За $p^2 = 13,64$, $p^2 > 10$ досягається ринкова рівновага.

З'ясуємо тепер, чи можлива рівновага при цінах менших 10. В цьому випадку ринкова пропозиція співпадає з індивідуальною пропозицією продавця неякісного товару, а ринковий попит мінімальний.

Прирівнюючи відповідні функції, отримуємо:

$$p - 5 = 20 - p,$$

звідки $p = 12,5$.

Оскільки отримана ціна більше 10, то вона не лежить в досліджуваному проміжку зміни ціни, і рівновага на ньому неможлива.

Отже, у даному прикладі рівновага єдина і досягається за ціни 13,64.

При цьому частка якісного товару дорівнює $a = \frac{S_1}{S_1 + S_0} = 0,29$, а крива

ринкового попиту задається формулою $D = 17,86 - p$.

б) Знайдемо параметри ринкової рівноваги в перший день. Для цього прирівняємо незмінну функцію пропозиції і максимальну функцію попиту:

$$2p - 15 = 40 - p,$$

звідки $p = 55 / 3 = 18,3$.

При ціні 18,3 пропозиція продавця якісного товару дорівнює 8,3, пропозиція продавця неякісного товару дорівнює 13,3, ринкова пропозиція дорівнює 21,7.

Частка якісного товару на ринку становить $a = \frac{S_1}{S_1 + S_0} = 0,38$.

На другий день ринковий попит скоротиться, оскільки покупці виходитимуть з того, що на ринку не 100% якісних товарів, а тільки 38%. Рівняння нової кривої ринкового попиту запишеться як

$$D = 0,38(40 - p) + 0,62(20 - p) = 27,7 - p.$$

Наступного дня рівноважна ціна дорівнює 14,2. Вона утворюється шляхом прирівнювання нової функції попиту до незмінної кривої пропозиції. У таблиці наведено функції попиту, рівноважні ціни і інші характеристики ринкової рівноваги в перші три дні.

День	D	P	S_1	S_0	S	a
1	$40 - p$	18,3	8,3	13,3	21,7	0,38
2	$27,7 - p$	14,2	4,2	9,2	13,4	0,31
3	$26,3 - p$	13,8	3,8	8,8	12,6	0,30

У даній задачі якісний товар залишається на ринку, оскільки ділянка кривої ринкової пропозиції, що співпадає з кривою індивідуальної пропозиції продавця неякісного товару, не перетинається з кривою попиту на неякісний товар. Дійсно, прирівнявши відповідні функції, отримаємо:

$$p - 5 = 20 - p, \text{ звідси } p = 12,5.$$

Отримана ціна не належить проміжку від 0 до 10, якому відповідає названа ділянка кривої ринкової пропозиції. Тому крива D_0 перетинає криву ринкової пропозиції на тій її ділянці, яка отримана підсумовуванням обох кривих індивідуальної пропозиції.

Задачі

Група А

Задача 8.1. Здобувши репутацію виробників автомобілів з поганими показниками, багато американських автомобільних компаній запропонувало покупцям ряд довгострокових гарантій (наприклад, гарантія на 7 років на всі випадки механічних вад). Чи можна таку політику вважати розумною і чому?

Задача 8.2. Чи вірне твердження, що рівновага на ринку з асиметричною інформацією не завжди неефективна порівняно з рівновагою на ринку з повною інформацією?

Задача 8.3. Попит на стиглі кавуни задається формулою $8/p$. Обсяг попиту на зелені кавуни за кожної ціни у чотири рази менше, ніж на стиглі. Доля стиглих кавунів на ринку дорівнює 75%. Знайти формулу ринкового попиту на кавуни.

Задача 8.4. На Харківському ринку міста Києва продаються нові та уживані пральні машини. Пропозиція неякісних уживаних пральних машин задається формулою $2p - 2800$, де p – ціна товару. Продавці неякісних уживаних пральних машин витрачають на ремонт однієї машини на 245 гр.од. більше, ніж їх конкуренти. Знайти:

- а) функцію пропозиції продавця нових пральних машин;
- б) долю нових машин на ринку за ціни 2400 гр.од.

Задача 8.5. Попит на якісний товар дорівнює $40 - p$, а попит на неякісний дорівнює $11 - p$. Пропозиція якісного товару задається формулою $p - 10$, а пропозиція неякісного товару задається формулою $p - 5$. У перший день покупці виходять з того, що весь товар є якісним. Знайти:

- а) ціну та долю якісного товару в умовах рівноваги;
- б) параметри рівноваги протягом перших трьох днів.

Задача 8.6. До Макроландії імпортують мобільні телефони двох видів: «білі» та «сірі». Функція попиту на «білі» телефони (у тис. штук) $D_1 = 1524 - 10p$, на «сірі» – $D_0 = 850 - 27p$, функції пропозиції мобільних телефонів мають вигляд $S_1 = 6p - 200$ та $S_0 = 2p - 10$ відповідно. Вважаючи, що рівновага на ринку встановлюється згідно «павутинної моделі» визначити, яку максимальну суму податків може отримати держава, якщо при продажу кожного «білого» телефону продавцями сплачується встановлений законом податок. Яка при цьому буде величина податку? На якому кроці цей податок треба ввести? Яка встановиться рівноважна ціна?

Група Б

Задача 8.7. На закритому від зовнішніх впливів ринку існує 2 типи фірм, які виробляють 2 типи товарів: якісні і неякісні, причому спочатку споживачі

вважають, що всі товари якісні. Залежно від потреб у товарах у попередньому періоді фірми планують виробництво у поточному. Відповідно, фірми також виплачують заробітну плату, за яку споживачі купують ці ж товари. Розробити балансові рівняння для цієї економіки, правила поведінки агентів, створити інформаційну систему для аналізу динаміки змін у цій економіці.

Тема 9. Теорія злочинів

Основні визначення

Злочинці – не психопатологічні типи, а раціональні агенти, і їх реакцію на свої можливості і обмеження можна передбачити. Вибір злочинної професії слід розуміти як нормальне інвестиційне рішення в умовах ризику і невизначеності. Індивід орієнтується на свою функцію очікуваної корисності:

$$EU = (1 - p)U(W_i) + pU(W_i - F) = U(W_i - pF),$$

де EU – очікувана злочинцем корисність від скоєння злочину; W_i – прибуток від злочину (включаючи і нематеріальний); U – функція корисності злочину; p – вірогідність того, що злочинець буде затриманий і понесе покарання; F – тяжкість покарання (у грошовому еквіваленті).

Втрати суспільства:

$$L = D(O) + C(p, O) + b \cdot p \cdot f \cdot O$$

де $D(O)$ – прямі втрати від правопорушень;

$C=C(p,O)$ – судові втрати та втрати правоохоронних органів, що виникають при виявленні і затриманні злочинців;

$b \cdot p \cdot f \cdot O$ – витрати суспільства (social costs) від покарання злочинців;

$b=0$, якщо злочинця засуджують до штрафу, оскільки відсутні чисті втрати суспільства як цілого;

$b=1$, якщо злочинець засуджений до тюремного ув'язнення, то витрати на будівництво в'язниці, утримання штату охоронців і так далі не компенсуються;

O – кількість правопорушень;

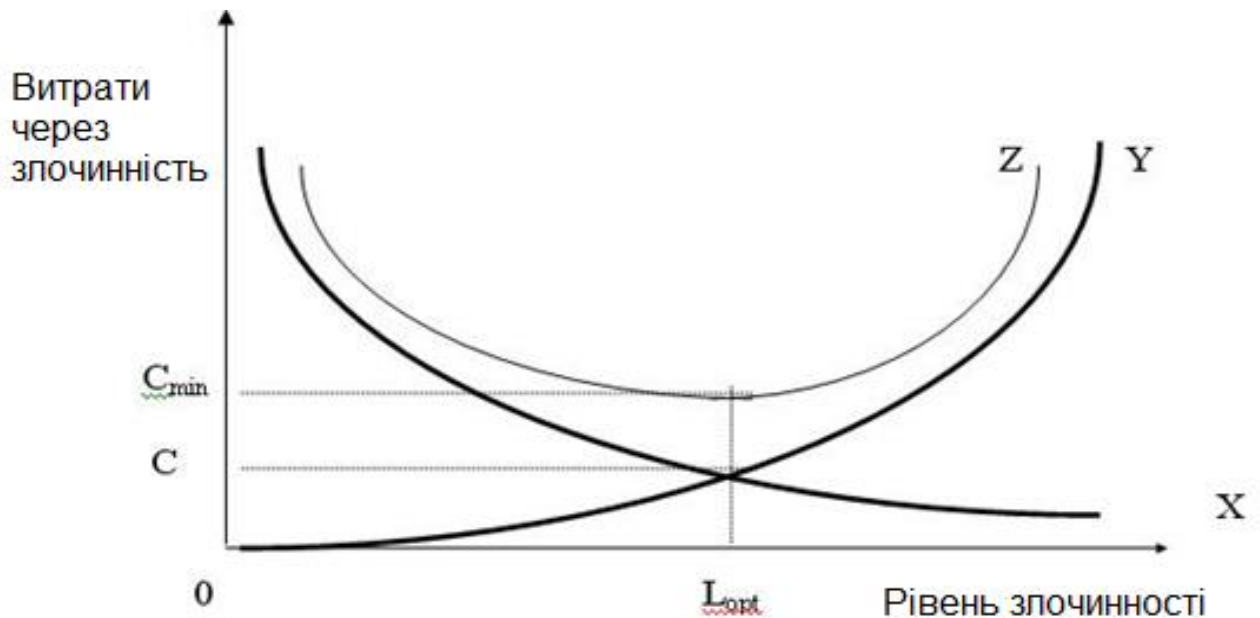
p – ймовірність викриття злочинця.

Диференційована політика покарань:

Характеристики порушників	Типи порушників	
	особи з низьким людським капіталом	особи з високим людським капіталом
дефіцитний для них ресурс	гроші	час
типи скоєних ними правопорушень	пов'язані з витратами часу	пов'язані з витратами грошей
рекомендовані для них покарання	виплата грошових штрафів	тюремне ув'язнення

Модель Л. Філліса, Г. Воті-мол., К. Ескріджа:

- X – витрати на запобігання злочинам;
- Y – втрати від скоєних злочинів;
- Z – сукупні витрати.



Приклад розв'язання задачі

Задача 1. У деякій державі ставка податку на доходи фізичних осіб складає 45%, ймовірність виявлення факту ухилення від сплати податків – 0,37, ставка штрафу – 50%, комісійні, що сплачуються платником податків посередникам – 10% від реального доходу, трансакційні витрати ухилення – 10%. Чи вигідно за цих умов платнику податку з загальним доходом 12000 гр. од. декларувати лише 40% свого доходу?

Розв'язок. Необхідно розрахувати функцію корисності ухилення платника податку від сплати податку:

$$U = (D_r - D_d \cdot t - (D_r - D_d)(k + m))(1 - p) + \\ + (D_r - D_d \cdot t - (D_r - D_d)t - (D_r - D_d)(k + m) - (D_r - D_d) \cdot t \cdot f)p$$

де

U – корисність ухилення;

D_r – реально отриманий дохід;

D_d – задекларований дохід;

t – ставка податку;

p – ймовірність виявлення факту ухилення;

k – комісійні, що сплачуються платником податків посередників;

m – трансакційні витрати ухилення;

f – ставка штрафу.

Підставляючи дані у формулу, отримуємо $U = 7969,8 > 0,55 \cdot 12000 = 6600$, тобто платнику податку вигідно ухилятися від сплати податків.

Задачі

Група А

Задача 9.1. Підприємство отримує прибуток у розмірі 120 000 гр.од. Податок на прибуток підприємства складає 23%, ймовірність перевірок

0,74; витрати, пов'язані з тінізацією доходу, становлять 16%; розмір штрафної ставки становить 0.8; ймовірність виявлення тінзованого доходу у разі перевірки становить 0,5. Визначити, яку частку чистого доходу підприємство отримує в легальному та тіньовому секторах, рентабельність кожного з секторів, доходи та втрати держави.

Задача 9.2. Підприємство планує отримати прибуток у розмірі 1000 гр.од. Податок на прибуток підприємства становить 25%, ймовірність перевірок 0,65; ймовірність виявлення тінзованого доходу у разі перевірки становить 0,5; розмір штрафної ставки становить 0.7; витрати, пов'язані з тінізацією доходу, становлять 11% від прибутку. Визначити, яку частку своєї діяльності тінює підприємство, рентабельності секторів, доходи та втрати держави.

Група Б

Задача 9.3. У Мікроландії проживає три рівні за розміром групи індивідів, кожна з яких має такі функції корисності: $u_1 = x$, $u_2 = x^2$, $u_3 = \sqrt{x}$, де x – кількість грошей. Держава намагається підтримувати рівень злочинності на рівні не вище 5%, змінюючи тяжкість покарання F та ймовірність викриття злочину p , яка прямо пропорційно залежить від рівня фінансування поліції, рівня податків b . Оплата в легальному секторі здійснюється в залежності від кваліфікації робітника на 3 рівнях: 1400 гр.од., 2100 гр.од., 4500 гр.од. Працівники першого рівня можуть вкрати 5200 гр.од., другого – 10000 гр.од., третього – 35000 гр.од. Написати ІС, яка за вказаними параметрами змоделює діяльність економіки протягом перших 1000 днів. Написати алгоритм вибору оптимальних значень F та рівня фінансування поліції. Фінансування поліції здійснюється за рахунок штрафів (F) та податків за попередній період (з усіх легальних зарплат ставка податку $b\%$).

Задача 9.4. У Мікроландії кожен з жителів у кожному періоді часу вибирає стиль свого життя (злочинець чи чесний громадянин) згідно з певною моделлю теорії злочинів. Всі злочини діляться на дві категорії (замовні вбивства – знищується певний індивід, що приносить вбивці грошову винагороду, та грабіжництво – всі заощадження певного індивіда передаються грабіжнику). Кожен з чесних громадян отримує від держави заробітну плату w , причому 50% якої витрачається на споживання, а решта – на заощадження. Індивіди, які не можуть витратити на своє існування як прожитковий мінімум, встановлений державою, протягом 2 періодів поспіль, вмирають. Природний рівень зростання чисельності населення – α . Якщо чесний громадянин хоче стати злочинцем, то він може зі своїх заощаджень оплатити замовне вбивство. Імовірність розкриття кожного конкретного злочину залежить функціонально від: ефективності державних служб P (моделюється як стаціонарний AR(1)-процес), витрат на охорону (залежить від двох лагів числа чесних індивідів) та певного випадкового ефекту. Змоделювати процес розвитку економіки у Мікроландії, визначити оптимальний рівень злочинності для цієї країни.

Тема 10. Моделювання ринків факторів виробництва

Основні визначення

Фактори виробництва – блага, які потрібно придбати фірмі для забезпечення випуску інших благ – готової продукції. Основні види факторів – капітал, праця, земля (природні ресурси), а також підприємницький хист. Цінами факторів виробництва є, відповідно, *процент, ставка заробітної плати, рента і нормальний прибуток.*

Оптимальний обсяг використання фактора, необхідний для максимізації прибутку фірми, повинен задовольняти умові:

$$MRC = MRP$$

Витрати на виробництво продукції будуть мінімальними, якщо:

$$\frac{MRP_1}{P_1} = \frac{MRP_2}{P_2} = \dots = \frac{MRP_k}{P_k}$$

де p_i - ціна фактора i .

Модель «дохід-відпочинок»

L - добовий обсяг праці в годинах;

$(24-L)$ - відпочинок на добу;

I - дохід за добу;

дохід і відпочинок - нормальні блага.

$$U = f(I, 24 - L)$$

$$I = P_L * L$$

$$0 \leq L \leq 24$$

Модель трудової активності індивіда. Припустимо, що добробут індивіда залежить від споживання x та трудової активності y , d – межа фізичних можливостей людини, q – оплата одиниці інтенсивності праці, α – показник схильності індивіда до споживання і праці. Модель трудової

активності індивіда з урахування прожиткового мінімуму a , ренти r , податку γ записується у вигляді:

$$\begin{cases} \varphi(x, y) = (x - a)^\alpha (d - y)^{1-\alpha} \rightarrow \max \\ a \leq x \leq (1 - \gamma)qy + r \\ 0 \leq y \leq d \end{cases}$$

Оптимальна трудова активність індивіда визначається рівнянням:

$$y^* = \alpha d + \frac{(1 - \alpha)(a - r)}{(1 - \gamma)q} \text{ при } \alpha(1 - \gamma)qd > (1 - \alpha)(r - a), \text{ та}$$

$$y^* = 0 \text{ у протилежному випадку.}$$

Моделювання оптимального контракту:

$$M(p) + w \rightarrow \min_{p, w}$$

$$p(w - \bar{w})N \geq g$$

де

w - альтернативна вартість праці на даному робочому місці, вимірювана ринковою ставкою заробітної плати, яка дорівнює граничному продукту праці;

g - вигоди працівника, пов'язані з опортунізмом;

p - ймовірність виявлення опортунізму;

N - цінність відносин роботодавця і працівника;

$M(p)$ - витрати здійснення контролю в кожному періоді.

Мінімізація загальних витрат роботодавця, пов'язані із запобіганням опортунізму працівника

$$M(p) + w \rightarrow \min_{p, w}$$

$$p(w - \bar{w})N \geq g$$

Модель праці Акерлофа

$$e_n = e_n(\{w(e, \epsilon)\}, e_{min}, u_1, \dots, u_j, w_0, u, b_u),$$

де

$\{w(e, \epsilon)\}$ – функція що співвідносить заробітну плату робітника до його зусиль; це система винагороди фірми.

e_{\min} – це правила роботи;

u_j – корисність j -го робітника у фірмі,

w_0 – заробітна плата, заплачена іншими фірмами (можливо, вектор);

u – рівень безробіття;

b_u – допомога з безробіття.

Приклад розв'язання задачі

Задача 1. Пржитковий мінімум 200 гр.од., ставлення індивіда до праці 0,5, заробітна плата 25 гр.од./год., межа фізичних можливостей 14 год./день, податок на доходи індивіда 30%. Визначити оптимальну трудову активність індивіда і його добробут, коли він отримує 100 гр.од. рентних доходів і коли 300 гр.од. рентних доходів.

Розв'язок. Задача записується у вигляді:

$$\varphi(x, y) = (x - 200)^{0,5} (14 - y)^{0,5} \rightarrow \max$$

$$200 \leq x \leq (1 - 0,3) \cdot 25y + r, \quad ,$$

$$0 \leq y \leq 14$$

де $r = 100$ або $r = 300$. Тоді y^* може приймати значення:

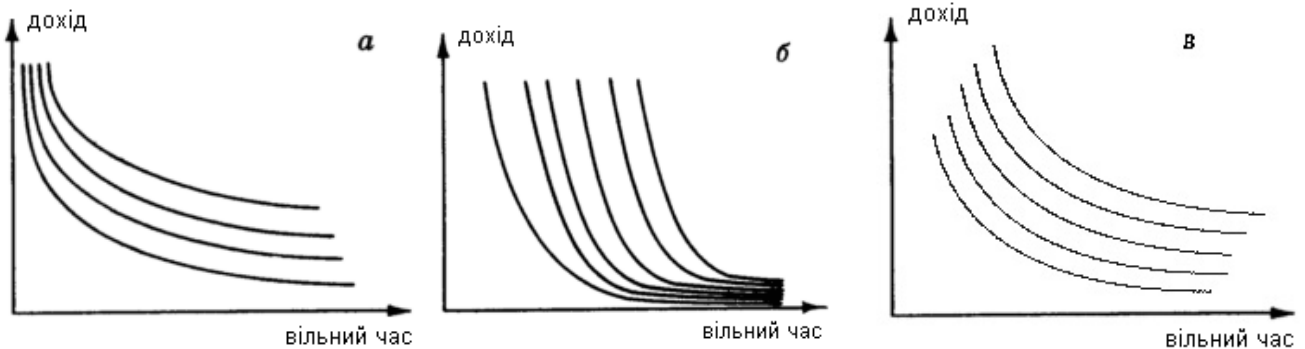
$$y^* = \alpha d - \frac{(1 - \alpha)(r - a)}{(1 - \gamma)q} = 0,5 \cdot 14 - \frac{0,5(100 - 200)}{0,7 \cdot 25} = 9,86.$$

$$y^* = \alpha d - \frac{(1 - \alpha)(r - a)}{(1 - \gamma)q} = 0,5 \cdot 14 - \frac{0,5(300 - 200)}{0,7 \cdot 25} = 4,14.$$

Задачі

Група А

Задача 10.1. Який графік відповідає кожному з типів людей: любитель



відпочинку, любитель праці, звичайна людина з розміреним ритмом життя?

Задача 10.2. В табл. 1 наведено дані величини граничного продукту в грошовому виразі (MRP_L) для кожної з 100 фірм.

- a) Визначте величину об'єму загального ринкового попиту на цей вид праці. Знайдені дані занести до табл. 2.
- b) Визначте рівноважну ставку заробітної праці.
- c) Визначте загальне число найнятих робочих.
- d) Визначте для окремої фірми граничні витрати на оплату праці, кількість найнятих робочих, величину заробітної плати.
- e) Визначте, як зміниться загальне число найнятих робочих, якщо встановлений мінімальний розмір заробітної плати на рівні 12.

Таблиця 1

Кількість одиниць праці	MRP_L (гр.од.)
1	15
2	14
3	13
4	12
5	11

Таблиця 2

Обсяг попиту на працю (людей)	Ставка заробітної плати (гр.од.)	Обсяг пропозиції праці (людей)
—	15	850
—	14	800
—	13	750
—	12	700
—	11	650

Кількість одиниць праці	MRP_L (гр.од.)
6	10
7	9
8	8

Обсяг попиту на працю (людей)	Ставка заробітної плати (гр.од.)	Обсяг пропозиції праці (людей)
–	10	600
–	9	550
–	8	500

Задача 10.3. Заробітна плата за одиницю праці становить 45 тис. гр.од., заповніть таблицю та зробіть висновок, скільки працівників фірмі варто ще наймати.

Число зайнятих	Обсяг випуску	Граничний продукт праці	Ціна одиниці продукції	Граничний продукт праці у грошовому вираженні
0	0		3000	
1	10		3000	
2	25		3000	
3	34		3000	
4	40		3000	
5	44		3000	

Задача 10.4. У таблиці наведені дані про величину граничного продукту (MP) праці (L) і капіталу (K) і його грошового виразу. Обидва ресурси є змінними, їх купівля здійснюється на конкурентному ринку. Ціна праці дорівнює 2 гр.од., ціна капіталу – 3 гр.од.

Обсяг використаної праці	MP_L	MRP_L (гр.од.)	Обсяг використаного капіталу	MP_K	MRP_K (гр.од.)
1	10	5	1	21	10,5
2	8	4	2	18	9
3	6	3	3	15	7,5
4	5	2,5	4	12	6
5	4	2	5	9	4,5
6	3	1,5	6	6	3
7	2	1	7	3	1,5

а) Скільки одиниць праці і капіталу повинна використовувати фірма, щоб отримати максимальний прибуток?

б) При умові, що фірма отримує максимальний прибуток, визначити загальний обсяг продукту, загальну виручку, загальні витрати та величину прибутку.

Задача 10.5. Є певний станок, що буде використовуватися 3 роки, приносячи щорічний дохід в 2000 гр.од. Його залишкова вартість до кінця третього року складе 6000 гр.од. Визначте ціну станку, повністю направлену на покриття витрат, якщо:

- а) Ставка процента складає 8%?
- б) Ставка процента складає 10%?
- в) Ставка процента складає 8%, але очікувана інфляція складе 7% на рік?

Задача 10.6. Продається вітряна електростанція, що протягом п'яти найближчого років забезпечить наступний потік чистих річних доходів: 160, 150, 140, 130, 120 гр.од. Яку максимальну ціну варто заплатити за

електростанцію, якщо відомо, що в ці п'ять років депозитна ставка відсотка буде мати наступну динаміку, %: 5, 6, 4, 5, 7?

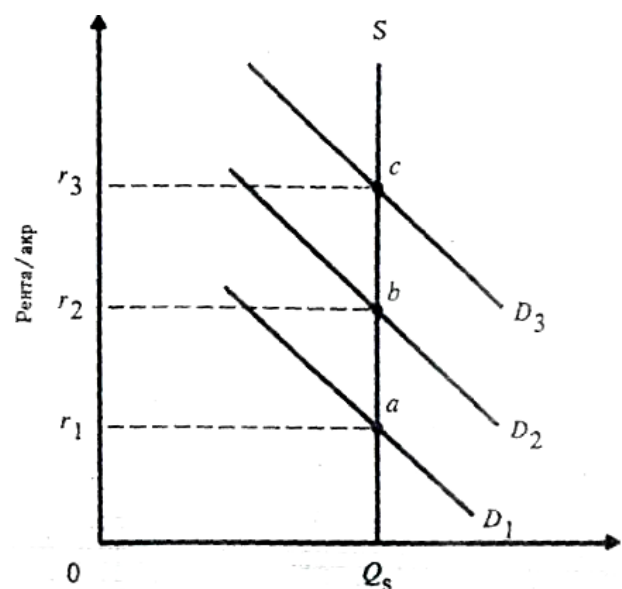
Задача 10.7. Студент має 100 гр.од. і вирішує: зберегти їх чи потратити. Якщо він може положити гроші в банк, то через рік отримає 112 гр.од. Інфляція становить 14% на рік.

- Яка номінальна процентна ставка?
- Яка реальна процентна ставка?
- Що порадили б студенту?
- Яка була б Ваша порада, якщо інфляція знизилась до 10%?

Задача 10.8. Нехай на ринку капіталу попит $y = 10/x$, пропозиція $y = 10e^{x-1}$. Яку кількість капіталу фірма може залучити якщо вона використовує технологію $y = \sqrt{K}$, ціна капіталу становить 1, ціна продукції 4?

Задача 10.9. На рисунку представлена ситуація на ринку необроблених земельних ділянок. Вкажіть правильними або неправильними є наступні твердження:

а) Якщо попит на землю представляє крива D_2 , то загальний об'єм ренти дорівнює сумі площі $0r_2bQ_s$.



б) Так як попит на землю змінюється, то розміри економічної земельної ренти теж змінюються.

в) Якщо попит на землю – це крива D_2 , а величина податку на акр землі дорівнює ab , то загальна сума земельної ренти збільшиться на величину, рівну площі $r_1 r_2 ba$.

г) Якщо попит на землю підвищиться з D_2 до D_3 , а земельний податок становить bc , то чиста економічна рента залишиться незмінною.

Задача 10.10. Попит на працю та її пропозиція визначені формулами: $L_d = 100 - 20W$ та $L_s = -60 + 80W$ відповідно. Знайдіть рівень вимушеного безробіття, якщо мінімальна заробітна плата встановлена на рівні 2 од. в 1 год. Як зміниться загальний дохід працівників після встановлення мінімальної зарплати?

Задача 10.11. Розглядається фірма, яка є досконалим конкурентом на ринку готової продукції. Її виробнича функція в короткостроковому періоді записується формулою $Q = 200L^{0.5}$, де L – кількість працівників. Ціна готової продукції – 3 гр.од., а рівень заробітної плати – 30 гр.од. (ринок праці є конкурентним). Визначте, яку кількість працівників найме фірма, якщо вона максимізує свій прибуток.

Задача 10.12. В короткостроковому періоді виробнича функція фірми, яка є досконалим конкурентом на ринку готової продукції, $Q = 12L - L^2$; $0 \leq L \leq 6$, де L – кількість використаної праці (працівників/день), а Q – випуск за день. Ціна на продукцію фірми – 1 гр.од. за одиницю. Ринок праці – конкурентний. Визначте, яку кількість працівників буде найнято по ставці 4 гр.од./день.

Задача 10.13. Фірма продає продукцію на конкурентному ринку, на якому умови попиту задаються рівнянням $Q_d = 25 - P$, а пропозиції: $Q_s = P - 5$, де

P – ринкова ціна; Q – об’єм угод в натуральному вираженні. Виробнича функція даної фірми задається рівнянням: $Q(L, K) = 30L - 2L^2 + 4K$, де Q – загальний випуск фірми; L і K – кількості використаних праці і капіталу. Визначте рівняння попиту фірми на працю, якщо ринок праці є конкурентним.

Задача 10.14. Припустимо, що єдиним доходом працівника на фірмі є заробітна плата. Функція корисності працівника має вигляд: $U = I \cdot H$, де I – його дохід, а H – кількість годин відпочинку в день. Визначте добову пропозицію праці працівником (в годинах).

Задача 10.15. Фірма є досконалим конкурентом на ринку готової продукції та купує працю на досконало конкурентному ринку праці. Ціна на продукцію фірми – 60. Ринкова ціна оренди капіталу – 30. Виробнича функція фірми: $Q = (KL)^{0.5}$. Визначте ціну, за якою фірма буде купувати працю в довгостроковому періоді.

Задача 10.16. Адміністрація кафе “Мікро&Макро” оголосила про набір на роботу офіціантів. Попит описується рівнянням $L = 10 - 0,2w$, де L – кількість зайнятих, w – погодинна заробітна плата. 7 людей виявили бажання працювати в кафе: 2 готові працювати при зарплаті не менше 40 гр.од./год, 2 – не менш, ніж за 25 гр.од./год., 2 – не менше, ніж 20 гр.од./год, один готовий працювати за 15 гр.од./год.

а) Скільки офіціантів прийме на роботу кафе і при якій зарплаті? Проілюструвати відповідь графічно.

б) Держава встановила мінімальну заробітну плату в розмірі 40 гр.од./год. Скільки офіціантів найме кафе тепер?

Задача 10.17. Виробнича функція фірми, яка діє на конкурентному ринку має вигляд $Q = 500L^{\frac{1}{2}}$. Ціна одиниці продукції становить 2 гр.од.

а) Скільки працівників найматиме фірма, якщо заробітна плата за годину буде 100 гр.од.? Складіть функцію попиту на працю

б) Якщо заробітна плата 100 гр.од./год, то яку кількість продукції буде виробляти фірма при ціні 1 гр.од. Складіть функцію пропозиції фірми.

Задача 10.18. Функція корисності споживача записується формулою $U(b, y) = b - (10 - y)^2$, де b – рівень доходу за добу, y – час, який може використовуватися будь-яким чином ($y \leq 16$).

а) Складіть функцію індивідуальної пропозиції праці.

б) При якому рівні заробітної плати працівник повністю відмовиться від вільного часу, який дохід він отримуватиме?

в) Скільки годин буде працювати робітник, не отримуючи ніякої винагороди, якою буде його корисність?

Задача 10.19. Фірма, яка діє на конкурентному світовому ринку є монополістом на ринку праці (монопсонія). Виробнича функція фірми має вигляд: $Q(L) = 300L - L^2$, функція пропозиції праці – $L_s = 2w - 160$. Ціна готової продукції становить 0,5 гр.од. Визначте заробітну плату, кількість робітників, обсяги випуску продукції на ринку.

Задача 10.20. Фірма вирішила інвестувати кошти у придбання устаткування, строк експлуатації якого складає 5 років, після чого воно буде продано як лом по залишковій ціні 5000 доларів. Фірма збирається взяти кредит для того, щоб отримати необхідні для придбання устаткування кошти. Ціна устаткування складає 175 000 гр.од., які потрібно заплатити одноразово. Використання устаткування дозволить

фірмі щороку скорочувати витрати на 50 000 гр.од. (вся економія на витратах враховується в кінці року). Функції пропозиції та попиту на капітал $L_D = 25\,000\,000 - 125\,000\,000i$ та $L_S = 2\,500\,000 + 62\,500\,000i$ відповідно, де i – ставка відсотку.

а) Визначити, чи варто фірмі інвестувати у придбання устаткування?

б) Припустимо, що попит на капітал виріс на 750000 гр.од. при кожному рівні ставки проценту. Як це вплине на ринкову ставку процента і на рішення фірми про придбання устаткування?

Задача 10.21. Функція попиту та пропозиції на ринку кваліфікованої праці $L_D = 16000 - 500w$, $L_S = -10000 + 800w$. Фірма, що наймає працівників є монополістом на ринку праці, реалізує продукцію на конкурентному ринку.

а) Визначити кількість працівників, що наймає фірма та ставку їх заробітної

б) Визначити кількість працівників, що найматиме фірма і ставку оплати праці, якщо працівники об'єднуються в профспілку, яка буде виступати на ринку праці в ролі монополіста.

Задача 10.22. Ринок праці є конкурентним. Функція пропозиції праці: $L_S = -2500 + 1000W$, функція попиту на працю $L_D = 10500 - 625W$. (L_S, L_D – кількість годин робочого часу; W – годинна ставка заробітної плати). Виробнича функція фірми, що наймає працівників, $Q = 88,8L - 0,5L^2$ (Q – кількість одиниць продукції, що виробляється за годину; L – кількість зайнятих робочих). Ціна одиниці продукції дорівнює 10 гривень. Визначити:

а) Рівноважну ставку заробітної плати і рівень зайнятості на даному ринку праці.

б) Загальну суму доходів, що отримують працівники.

- в) Яку кількість працівників найме фірма при рівноважній ставці заробітної плати?
- г) Яку кількість продукції виробить фірма?

Задача 10.23. Виробнича функція фірми $Q = 4L^{0.5}$. Визначити обсяг попиту фірми на працю, якщо вона є:

а) досконалим конкурентом на ринку свого продукту при $P = 9$ і ринку праці при $r_L = 6$;

б) монополістом на ринку свого продукту, попит на який представлений функцією $Q^D = 24 - P$, і досконалим конкурентом на ринку праці при $r_L = 6$;

в) досконалим конкурентом на ринку свого продукту при $P = 9$ і єдиним покупцем праці, пропозиція якого представлений функцією $L^S = -2 + r_L$;

г) монополістом на ринку свого продукту, попит на який представлений функцією $Q^D = 24 - P$, і єдиним покупцем праці, пропозиція якого представлено функцією $L^S = -2 + r_L$.

Задача 10.24. Попит на продукцію фірми, що прагне максимізувати прибуток, відображається функцією $Q^D = 240 - 2P$, а технологія виробництва - функцією $Q = 2L^{0.5}$. Фірма є єдиним покупцем праці, пропозиція якого представлено функцією $L^S = \left(\frac{r_L}{6}\right)^2$. Скільки праці фірма буде використовувати при ринковому встановленні ціни праці й законодавчо встановленому мінімумі $r_{L\min} = 25$?

Задача 10.25. Фірма “Аква” звільнила 30% працівників, а іншим підняла зарплату на 40%. При цьому обсяг виробництва виріс на 5%. Як змінилася середня продуктивність праці, якщо всі працівники отримують однакову суму?

Задача 10.26. Індивід з функцією добробуту Стоуна може максимально працювати 16 годин на добу. Схильність до праці індивіда – 0.5. Прожитковий мінімум у країні – 100 од., рента індивіда – 25 од. Побудувати функцію пропозиції праці індивідом, якщо:

- а) податок становить 0%;
- б) податок становить 10%;
- в) податок становить 25%.

Задача 10.27. Функція корисності індивіда має вигляд $U = (b + 9)^{0.5} (16,5 - y)^{0.5}$, де b – сума грошей у розпорядженні, y – час роботи.

- а) Скільки годин індивід буде працювати, якщо ціна праці $q = 1$.
- б) Скільки годин індивід буде працювати, якщо ціна праці підвищиться до $q = 3$? Розкласти реакцію індивіда при підвищенні зарплатні на ефекти заміни та доходу.

Задача 10.28. Визначити оптимальну ставку заробітної плати для працівника з 10-ти річним стажем роботи згідно моделі Шапіро-Штігліца, якщо ринкова оплата праці становить 3500 гр.од., витрати на контроль на фірмі виражаються формулою $M(p) = 2p^2 + p + 11$, а кожного періоду робітник має можливість привласнити 1700 гр.од.

Група Б

Задача 10.29. У Мікроландії проживає 1000 робітників з функцією добробуту Стоуна, схильність до праці розподілена рівномірно на відріжку $[0,2; 0,8]$. У країні діють наступні закони: працівники не мають додаткових доходів, крім зарплати, всі сплачують податок у розмірі 10% від загальних доходів, ніхто не може працювати більше 14 годин на добу, прожитковий мінімум в країні становить 120 од. Оцінити функцію пропозиції праці у Мікроландії за допомогою імітаційної моделі.

Задача 10.30. В країні діє 2 типи фірм з виробничими функціями $Y = \alpha L^\beta$, де L – кількість робітників. Пропозиція на працю описується рівнянням $L = cw - d$, де w – розмір заробітної плати. Всі індивіди, що проживають в країні, є раціональними та максимізують свою функцію корисності $U = x_1^\lambda x_2^\mu \rightarrow \max$. В залежності від фінансових показників можуть відкриватися нові або банкрутувати старі фірми. Змодельовати рівновагу на даному ринку, якщо всі вироблені фірмами товари споживаються; ціни на товари встановлюються за умови рівності попиту і пропозиції; індивіди витрачають повністю зароблені гроші.

Задача 10.31. На ринку діють декілька компаній, які виробляють однакову продукцію за допомогою стандартизованого устаткування. Існує законодавче обмеження на максимальну кількість устаткування в одній фірмі. Кожна фірма максимізує прибутки, коригуючи попит на працю, загальний обсяг якої у державі є постійним. Задавши параметри виробничої функції у формі Коба-Дугласа змодельовати знаходження рівноваги економіки за перші N періодів.

Задача 10.32. У Мікроландії проживає $N=10000$ жителів, кожен з яких пропонує свою робочу силу відповідно до модифікованої моделі трудової активності індивіда:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi(x, y) = (x - a)^\alpha (d - y)^\beta m^\gamma \rightarrow \max \\ a \leq x \leq (1 - \gamma)qy + r \\ 0 \leq y \leq d \end{array} \right. ,$$

де m – поточна вартість власності індивіда, включаючи пенсійні та інші накопичення, що впливають на розмір ренти r . На початковому етапі вся існуюча в країні власність розподілена між індивідами за нормальним розподілом з параметрами $N(17000\$; 800)$. Наступні 1955 періодів всі індивіди діяли відповідно до ринкових умов, причому відомо, що ставка відсотку мінялася як AR(1) процес. Перед 1956 періодом держава приймає рішення про перехід до системи безумовного доходу, на що буде витрачатися 90% всього бюджету. Змоделювати зміни у країні впродовж наступних 711 періодів, визначити, як зміниться добробут індивідів. При розв’язанні задачі врахувати демографічні особливості: індивіди живуть в середньому 60 періодів, розподіляючи своє майно між дітьми. Щорічний приріст дітей коливається в межах $\pm 1\%$ в залежності від зростання чи зменшення функції корисності індивідів. Ставка доходу на майно індивідів коливається в межах від 3 до 17% за деяким AR-процесом.

Тема 11. Моделювання ризику

Основні визначення

Функцією корисності Неймана-Моргенштерна називається вираз

$$U(x, p) = \sum_{i=1}^n p_i U(x_i), \quad \text{де } x_i - \text{споживання у випадку виникнення з}$$

ймовірністю p_i i -го стану природи, $i = \overline{1, n}$.

Дерево рішень – схематичне відображення можливих наслідків, пов'язаних з поточними діями.

Приклад розв'язання задачі

Задача 1. Функція корисності індивіда дорівнює: $U = 120 - 200 / D$, де U - сукупна корисність, D - дохід споживача у тис. гр.од. Споживачеві надається на вибір 4 тис. гр.од. або лотерея, де він з ймовірністю $1 / 4$ може виграти 10 тис. гр.од. або з ймовірністю $3 / 4$ виграти 2 тис. гр.од. Що вибере споживач: грати або отримати відповідний грошовий еквівалент?

Розв'язок. Корисність грошового еквівалента дорівнює: $U_1 = 120 - 200 / 4 = 70$, очікувана корисність лотереї дорівнює: $U_2 = (120 - 200 / 10) \cdot 1 / 4 + (120 - 200 / 2) \cdot 3 / 4 = 40$. Оскільки $U_1 > U_2$, то споживач віддасть перевагу не грати і отримати грошовий еквівалент.

Задача 2. В сонячний день магазин продає 20 ящиків пива, в хмарний – 10, а в за дуже поганої погоди – 12. Ймовірність настання кожної з подій 0,6, 0,3 та 0,1 відповідно. Знайдіть очікуваний об'єм продажу і дисперсію.

Розв'язок. Очікуваний об'єм продажу $M_s = \sum p_i s_i$,

де p_i – ймовірність настання i -ої події,

s_i – обсяг продажу при i -ій погоді.

$M_s = 0,6 \cdot 20 + 0,3 \cdot 10 + 0,1 \cdot 12 = 16,2$ (ящика),

$\sigma^2 = \sum p_i (s_i - M_s)^2$,

$\sigma^2 = 0,6 \cdot (20 - 16,2)^2 + 0,3 \cdot (10 - 16,2)^2 + 0,1 \cdot (12 - 16,2)^2 = 21,96$.

Задачі

Група А

Задача 11.1. Петро має початковий капітал - 4 гривні, а його функція корисності грошей є $U(x) = \sqrt{x}$. Йому запропонували взяти участь у лотереї, в якій можливий виграш 12 гр.од. з імовірністю 0,5 і програш 0 гр.од. також з імовірністю 0,5. Чи варто Петру витратити свої 4 гривні у такій лотереї та скільки він має заплатити за право участі у лотереї?

Задача 11.2. Співак, піаніст і барабанщик можуть отримати 1000 доларів за спільний виступ в нічному клубі Саксон і піаніст без барабанщика можуть отримати 800 доларів, співак і барабанщик - 500 доларів, піаніст і барабанщик - 650 доларів, один співак - 200 доларів, піаніст - 300 доларів. Барабанщик один нічого не може заробити. Потрібно визначити, в якому складі вигідно виступати і як розподілити гонорар.

Задача 11.3. Функція корисності індивіда дорівнює: $U = M / 2$, де M - дохід індивіда. Знайти достовірний еквівалент наступної гри: у разі виграшу (з ймовірністю 1/2) індивід отримує 100 тис. грн, в випадку програшу - нічого не отримує.

Задача 11.4. Нехай функція корисності має вигляд $U(M) = \sqrt{M}$. Початковий капітал $M_0 = 10000$ гр. од. Можна вибрати одну з 3-х ігор:

- випадає «орел» – виграш 100 гр.од., випадає «решка»– програш 1 гр.од.
- випадає «орел» – виграш 200 гр.од., випадає «решка»– програш 100 гр.од.
- випадає «орел» – виграш 20000 гр.од., випадає «решка»– програш 10000 гр.од.

Програш можна виплачувати невеликими сумами протягом 20 років щомісячно за ставкою 2%. Ймовірність, що випаде «решка» або «орел» однакова. Знайти очікувану корисність для наведених ігор.

Група Б

Задача 11.5. У певній країні існує двопартійна політична система. Представники партії ППУ «Підприємство понад усе» підтримуються промисловцями, іншої – ГЛ «Головне – людина» – робітниками. Якщо ППУ приходить до влади, то податки для фірм зменшуються на 1% (якщо вони додатні), а податки на працівників підвищуються на 1%. Якщо до влади приходить ГЛ, то податки для людей зменшуються на 1%, а для фірм – зростають на 1%.

Всього у країні проживає $N=100000$ людей. Спочатку 10% з них є підприємцями (володіють фірмами та наймають працівників), інші – працівники. У кожен період часу підприємець вирішує питання оптимального випуску продукції на своїй фірмі та необхідного залучення кількості працівників. Якщо продукція не випускається, то підприємець стає працівником. Всі фірми випускають лише один товар, для працівників рівень корисності визначається в залежності від кількості грошей у розпорядженні та кількості спожитого товару. Доходи працівників складаються з виплаченої фірмами заробітної плати, виплат від держави з безробіття. Прибутки фірм дорівнюють доходам від продажу продукції за виключенням оплати праці та податку на прибуток. Державний бюджет у

кожен момент часу збалансований. Серед безробітних кожного періоду близько 3% вирішують стати підприємцями.

Відомо, що на парламентських виборах кожні 5 періодів 90% підприємців голосують за ППУ, 10% - за ГЛ, 20% працівників голосують за ППУ, 80% - за ГЛ, 40% безробітних - за ППУ, 60% - за ГЛ.

- 1) Ввести необхідні параметри для моделювання цієї економіки.
- 2) Розробити модель цієї економіки.
- 3) Змоделювати діяльність цієї економіки за допомогою відповідної системи на комп'ютері.
- 4) Визначити рівновагу для цієї економіки у довгостроковому періоді.

Тема 12. Моделювання податкової політики

Основні визначення

Закономірність взаємодії податкової системи із соціально-економічним середовищем держави можна відобразити кривою Лаффера. Основою дослідження є припущення, що обсяг ВВП X , залежить від рівня податкового тягара $\theta = \frac{T}{X}$, де T – сума податкових надходжень у бюджет країни. Залежність $X(\theta)$ може апроксимуватися деякою нелінійною функцією, параметри якої підлягають кількісній оцінці. Ідентифікація функції $X(\theta)$ дозволяє розрахувати точки Лаффера за умови максимізації валового внутрішнього продукту чи податкових надходжень.

Точкою Лаффера першого роду називається така податкова ставка θ^* , при якій виробнича крива $X(\theta)$ досягає локального максимуму, тобто коли виконані умови: $\frac{\partial X(\theta^*)}{\partial \theta^*} = 0$, $\frac{\partial^2 X(\theta^*)}{\partial (\theta^*)^2} < 0$.

Точкою Лаффера другого роду називається така податкова ставка θ^{**} , при якій фіскальна крива $T=T(\theta)$ досягає локального максимуму, тобто коли виконані умови: $\frac{\partial T(\theta^{**})}{\partial \theta^{**}} = 0$, $\frac{\partial T^2(\theta^{**})}{\partial (\theta^{**})^2} < 0$.

Модель ухилення від податків:

$$u(c, l, \varepsilon) \rightarrow \max_{c, l, \varepsilon}$$
$$pc = (1 - \varepsilon)(\tau - \tau_h)(wl + m) + \varepsilon wlr - f(\varepsilon, \tau_h)$$

де

u – функція корисності;

c – рівень споживання платника податків;

l – час, витрачений на роботу;

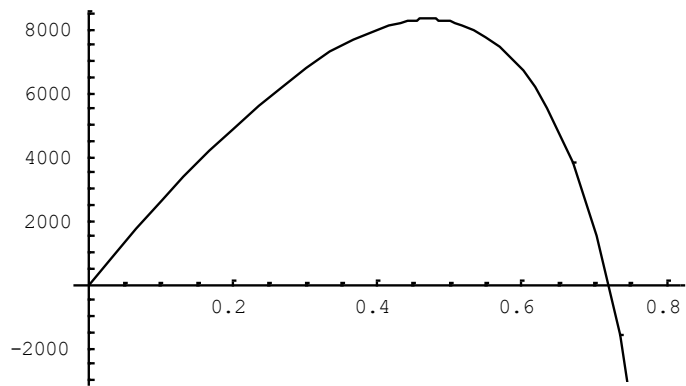
ε – рівень ухилення від податків,

- p – рівень цін;
- τ – загальний час індивіда;
- τ_h – час нелегальної діяльності;
- r – трансакційні витрати;
- $f(\varepsilon, \tau_h)$ – штраф за нелегальну діяльність.

Приклад розв'язання задачі

Задача 1. Населення країни 50

млн. осіб, схильність до відпочинку $1 - \alpha = 0,7$, прожитковий мінімум – 300 гр.од., межа фізичних можливостей 250 год/міс., зарплата 10 гр.од./год, рентні



доходи 20 гр.од./день. Визначити оптимальну ставку податку і податкові надходження держави, побудувати криву Лаффера.

Розв'язок.

$$\varphi(\gamma) = N\gamma \left(\alpha d - \frac{(1-\alpha)(r-a)}{(1-\gamma)q} \right) q \rightarrow \max,$$

$$0 \leq \gamma \leq 1$$

Підставляючи відомі значення, маємо:

$$\varphi(\gamma) = 50\gamma \left(0,3 \cdot 250 - \frac{(0,7)(20 \cdot 30 - 300)}{(1-\gamma)10} \right) \cdot 10 = 500\gamma \left(75 - \frac{21}{1-\gamma} \right) \rightarrow \max, \text{ або}$$

$$0 \leq \gamma \leq 1$$

$$\gamma^* = 1 - \sqrt{\frac{(1-\alpha)(r-a)}{\alpha d q}} = 1 - \sqrt{\frac{0,7 \cdot 300}{0,3 \cdot 250 \cdot 10}} = 0,47085.$$

Крива Лаффера має вигляд, показаний на рисунку,

$$\gamma^0 = 1 - \frac{(1-\alpha)(r-a)}{\alpha d q} = 1 - \frac{0,7 \cdot 300}{0,3 \cdot 250 \cdot 10} = 0,72.$$

Задачі

Група А

Задача 12.1. У країні проживає 45 млн. осіб, які умовно можна розділити на 5 груп, основні характеристики яких представлено у таблиці:

Група	Розмір групи у %	Схильність до праці, α	Рентні доходи, r	Межа фізичних можливостей, d
1	0,4	0,5	0	400
2	0,2	0,4	500	325
3	0,3	0,6	2000	260
4	0,07	0,4	5000	336
5	0,03	0,3	15000	410

а) Враховуючи відомі ставку податку на не рентні доходи $\gamma = 15\%$ та мінімальний прожитковий мінімум $a = 450$ визначити функцію пропозиції праці у країні.

б) На основі розв'язку а) визначити, як зміниться функція пропозиції праці при зміні податкової ставки до $\gamma = 16\%$.

в) На основі розв'язку а) визначити, як зміниться функція пропозиції праці при підвищенні прожиткового рівня до $a = 480$.

Задача 12.2. Функція попиту на працю в країні $D_L = A - Bw$, де D_L – кількість мільйонів годино-працівників при ставці оплати w . Всі робітники (25 млн. осіб) визначають індивідуальну пропозицію праці, виходячи з функції добробуту Стоуна з параметрами: $\alpha = 0,5$, $r = 10$, $a = 100$, $d = 16$. Визначити, при якій ставці податку максимізує податкові надходження до бюджету.

Задача 12.3. Попит на товар $Q_D = 350 - 2p$, пропозиція $Q_S = 7p$. Держава вводить податок у розмірі t на кожен продану одиницю товару. Визначити, при якому значенні t максимізуються доходи бюджету.

Задача 12.4. Попит на товар $Q_D = 565 - 4p$, пропозиція $Q_S = -20 + 3p$. Держава вводить субсидію у розмірі t на кожен продану одиницю товару. Визначити, при якому значенні t виробники отримують максимальний сумарний обсяг субсидій.

Задача 12.5. На ринку даного товару визначені функції попиту $Q^D = 7 - p$ та пропозиції $Q^S = -2 + 2p$. Держава запровадила податок у розмірі 1,5 гривень на одиницю товару. Визначити рівноважну ціну, величину випуску продукції, величину податку, що йде в казну держави.

Задача 12.6. Функція попиту населення на даний товар - $Q_D = 9 - P$, функція пропозиції $Q_S = 6 + 2P$, де Q_D - об'єм попиту, млн. шт.; Q_S - об'єм пропозиції, млн. шт.; P - ціна, гр.од. Припустимо, на даний товар введений нетоварний податок, що сплачується продавцем, розміром 1,5 гр.од./шт. Визначите рівноважну ціну, рівноважний об'єм продажів.

Задача 12.7. Функція попиту населення на даний товар - $Q_D = 20 - P$, функція пропозиції $Q_S = 15 + 3P$, де Q_D - об'єм попиту, млн. шт.; Q_S - об'єм пропозиції, млн. шт.; P - ціна, гр.од. Припустимо, на даний товар держава ввела дотації розміром 1 гр.од./шт. Визначите рівноважну ціну, рівноважний об'єм продажів.

Задача 12.8. Ринок сигарет представлений наступними функціями попиту та пропозиції: $Q^D = 36 - 2P$; $Q^S = -4 + 3P$. Яку максимальну суму податку

можна зібрати із цього ринку шляхом стягнення акцизу з кожної проданої пачки сигарет? Визначити вигляд кривої Лаффера.

Задача 12.9. Відомі функції ринкового попиту: $Q^D = 10 - P$ і пропозиції: $Q^S = -5 + 2P$. За кожну продану одиницю продукції виробник повинен платити податок у розмірі 1,5 гр.од. Яку частину цього податку виробник перекладає на споживача?

Задача 12.10. Крива попиту на деякий продукт описується виразом $Q = 77 - 3P$, а крива пропозиції $Q = -4 + 6P$, де P – ціна продукту, а Q – кількість. Уряд вводить податок на виробників у розмірі 1,5 гр.од. за одиницю.

- а) Знайти рівноважні ціну і кількість до введення податку і після.
- б) Знайти прибуток держави від даного податку; яка буде сума податку, що припадає на частку споживачів.
- в) Знайти чисті втрати суспільства в результаті прийнятого рішення.

Задача 12.11. Функція загальних витрат фірми-монополіста: $TC = Q^2 + 2Q$, функція ринкового попиту: $P = 20 - Q$. Держава вводить податок на кожну одиницю товару у розмірі 2. Знайти податкові надходження до бюджету, випуск і ціну, яка максимізує прибуток монополіста після введення податку.

Задача 12.12. На ринку працює $n=19$ однакових фірм з функцією витрат $TC = 16 + 0.25q^2$. Функція попиту на товар $P(Q) = 100 - 0.5Q$.

- а) Розрахувати параметри короткострокової рівноваги на ринку.
- б) розрахувати параметри довгострокової рівноваги на ринку.
- в) Держава вводить акцизний податок у розмірі 9 гр.о. за кожну одиницю продукції. Визначити параметри нової довгострокової рівноваги.

Група Б

Задача 12.13. Використовуючи степеневу функцію збору податків $T(\theta) = \lambda\theta^\alpha(1-\theta)^\beta$, визначити оптимальні точки Лаффера 1-го та 2-го роду в Україні, використовуючи статистичні дані з 1992 до поточного року (якщо дані є) для наступних видів податків:

- а) ПДВ;
- б) податок на доходи фізичних осіб;
- в) податок на прибутки підприємств;
- г) податок на землю.

Задача 12.14. Використовуючи виробничо-інституціональну функцію збору податків $T(\theta) = \gamma\theta e^{\lambda t} K^{(\alpha+\beta\theta)} L^{(n+m\theta)}$, визначити оптимальні точки Лаффера 1-го та 2-го роду в Україні, використовуючи статистичні дані з 1992 до поточного року (якщо дані є) для наступних видів податків:

- а) ПДВ;
- б) податок на доходи фізичних осіб;
- в) податок на прибутки підприємств;
- г) податок на землю.

Задача 12.15. Використовуючи поліноміальною регресією збору для моделювання збору податків $T(\theta) = \sum_{i=0}^m \beta_i \theta^{i+1}$, визначити оптимальні точки

Лаффера 1-го та 2-го роду в Україні, використовуючи статистичні дані з 1992 до поточного року (якщо дані є) для наступних видів податків:

- а) ПДВ;
- б) податок на доходи фізичних осіб;
- в) податок на прибутки підприємств;
- г) податок на землю.

Задача 12.16. У Мікроландії в умовах досконалої конкуренції діють 100 фірм з виробничою функцією $y = a_0 K^{a_1} L^{a_2}$, де y – обсяг продукції у тис. штук, K – капітал фірми, L – кількість найманих працівників. Ціна готової продукції становить 15 гр.од. Коефіцієнти виробничої функції у кожної фірми різні. Кількість устаткування на фірмах може приймати такі значення: 1 (40% фірм), 2 (20%), 2,5 (20%), 3 (20%). Визначити, якою буде рівноважна ставка заробітної плати, якщо функція пропозиції праці становить $S_L = 30w - 120$.

Тема 13. Моделі аукціонів

Основні визначення

Аукціон - продаж будь-якого товару на публічних конкурентних торгах (одного чи декількох) , коли ціна встановлюється в процесі продажу.

Види аукціонів:

Англійський аукціон – відкритий аукціон зі зростаючими цінами, учасники по черзі називають все більшу і більшу ціну, об'єкт дістається тому, хто останній підвищив ціну;

Аукціон першої ціни – закритий аукціон, учасники роблять ставки в конвертах, об'єкт дістається учаснику, який запропонував найвищу ставку, переможець платить першу ціну;

Голландський аукціон – відкритий аукціон зі спаданням ціни, ціна знижується, доки хтось не погодиться заплатити ціну;

Аукціон другої ціни – закритий аукціон, учасники роблять ставки в конвертах, об'єкт дістається учаснику, який запропонував найвищу ставку, переможець платить другу ціну – другу по величині ставку;

Аукціон Аузубеля – продається декілька однакових об'єктів, при підвищенні ціни учасники показують, на скільки об'єктів за поточною ціною вони претендують, учасники не мають права збільшувати попит. Аукціон закінчується в той момент, коли сума заявок дорівнює сумі пропозиції (кількості об'єктів для продажу). Учасники платять різні ціни за різні об'єкти.

Приклади розв'язання задач

Задача 1. На аукціоні з продажу картини запропонована мінімальна ціна 100 тис. гр.од. Можлива ціна для покупців на картину в залежності від їх

платоспроможності B визначається формулою $P_D = \frac{1}{2}B + 80$. Визначити ціну продажу картини, якщо платоспроможність покупців становить: 0,7; 0,9; 1,2; 1,5; 2,8 млн. гр.од. Мінімальне підняття ставки дорівнює 5 тис. гр.од.

Розв'язок. Найбільше значення P_D приймає при найбільшому значенні B , тому картина буде продана покупцю, який має платоспроможність 2,8 млн. гр.од. Передостання ставка буде $P_D = \frac{1}{2} \cdot 1500 + 80 = 830$ тис. гр.од. Отже ціна продажу картини становитиме $830 + 5 = 835$ тис. гр.од.

Задача 2. Нехай проводиться аукціон другої ціни. Кожен покупець має оцінку цінностей \$20 та \$40, кожна з однаковою ймовірністю. Яким буде очікуваний дохід?

Розв'язок. Якщо є два покупці, то кожен має дві пропозиції ціни 20\$ чи 40\$. Таким чином, існує чотири цінові комбінації:

$$\Pr\{20,20\} = \Pr\{20,40\} = \Pr\{40,20\} = \Pr\{40,40\} = \frac{1}{4}$$

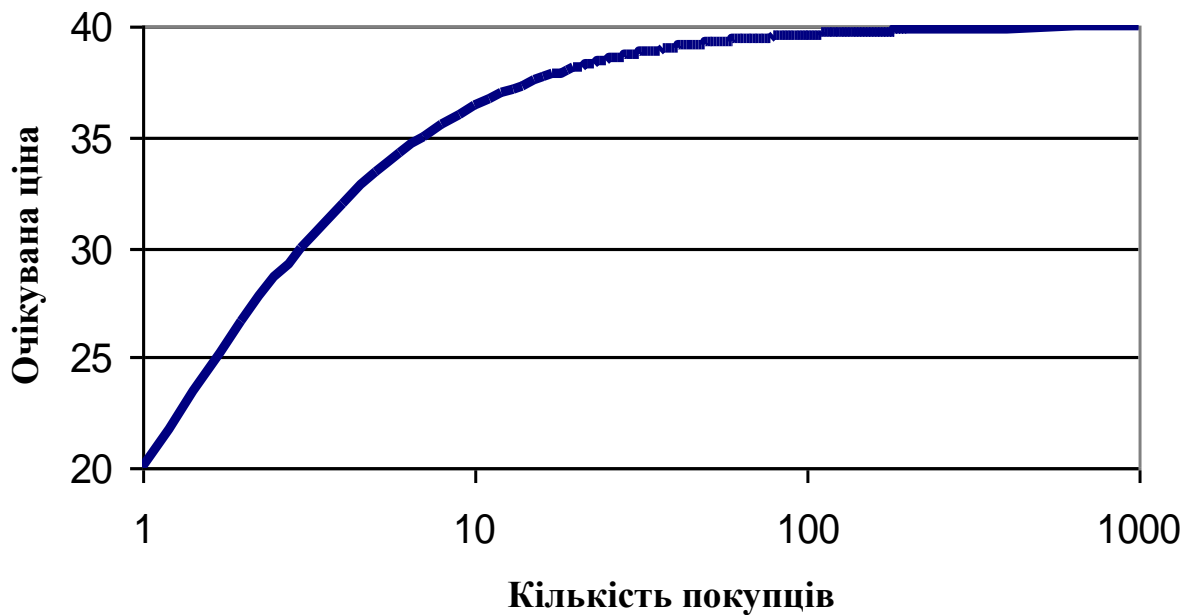
$$\text{Очікувана ціна} = \frac{3}{4}(20) + \frac{1}{4}(40) = 25$$

Якщо є три покупці, то знову кожен має дві пропозиції ціни 20\$ чи 40\$, а значить, існують вісім цінових комбінацій:

$$\begin{aligned} \Pr\{20,20,20\} &= \Pr\{20,20,40\} = \Pr\{20,40,20\} \\ &= \Pr\{20,40,40\} = \Pr\{40,20,20\} = \Pr\{40,20,40\} \\ &= \Pr\{40,40,20\} = \Pr\{40,40,40\} = 1/8 \end{aligned}$$

$$\text{Очікувана ціна} = \frac{1}{2}(20) + \frac{1}{2}(40) = 30.$$

У загальному випадку розподіл очікуваної ціни показний на рисунку:



Задача 3. Потрібно розподілити п'ять однакових ліцензій на аукціоні Аузубеля. За правилами жоден з учасників не може отримати більше 3 ліцензій. Відомі граничні корисності учасників від привласнення однієї додаткової ліцензії:

$v_{A,1} = 123$	$v_{B,1} = 75$	$v_{C,1} = 125$	$v_{D,1} = 85$	$v_{E,1} = 45$	$v_{F,1} = 49$
$v_{A,2} = 113$	$v_{B,2} = 5$	$v_{C,2} = 125$	$v_{D,2} = 65$	$v_{E,2} = 25$	$v_{F,2} = 9$
$v_{A,3} = 103$	$v_{B,3} = 3$	$v_{C,3} = 49$	$v_{D,3} = 0$	$v_{E,3} = 5$	$v_{F,3} = 3$

Визначити оптимальне завершення аукціону.

Розв'язок. При поступовому підвищенні ціни сукупний попит буде зменшуватися, досягнувши рівноваги з пропозицією при ціні 85.

Ціна	Попит						Сукупний попит	Переможці
	A	B	C	D	E	F		
10	3	1	3	2	2	1	12	-

Ціна	Попит						Сукупний попит	Переможці
25	3	1	3	2	1	1	11	-
45	3	1	3	2	0	1	10	-
49	3	1	2	2	0	0	8	-
65	3	1	2	1	0	0	7	А (оскільки неможливо розподілити інші ліцензії, не надавши принаймні 1 А)
75	3	0	2	1	0	0	6	А та С (оскільки неможливо розподілити інші ліцензії, не надавши принаймні 1 А та 1 С)
85	3	0	2	0	0	0	5	А та С

Таким чином, А отримає одну ліцензію за ціною 65, А та С отримують по одній ліцензії за ціною 75, А та С отримують ще по одній ліцензії за ціною 85.

Задачі

Група А

Задача 13.1. На аукціоні картина була продана за 25 млн. гр.од. Визначити мінімальне значення платоспроможності покупця, якщо припустити, що можлива ціна для покупців на картину в залежності від їх

платоспроможності B визначалася формулою $P_D = \frac{1}{2}B + 1$. Мінімальне підняття ставки дорівнює 1 млн. гр.од.

Задача 13.2. Потрібно розподілити п'ять однакових ліцензій на аукціоні Аузубеля. За правилами жоден з учасників не може отримати більше 3 ліцензій. Відомі граничні корисності учасників від привласнення однієї додаткової ліцензії:

$v_{A,1} = 76$	$v_{B,1} = 81$	$v_{C,1} = 95$	$v_{D,1} = 65$	$v_{E,1} = 87$	$v_{F,1} = 89$
$v_{A,2} = 76$	$v_{B,2} = 75$	$v_{C,2} = 55$	$v_{D,2} = 64$	$v_{E,2} = 55$	$v_{F,2} = 69$
$v_{A,3} = 75$	$v_{B,3} = 13$	$v_{C,3} = 54$	$v_{D,3} = 63$	$v_{E,3} = 25$	$v_{F,3} = 27$

Визначити оптимальне завершення аукціону.

Задача 13.3. Потрібно розподілити п'ять однакових ліцензій на аукціоні Аузубеля. За правилами жоден з учасників не може отримати більше 3 ліцензій. Відомі граничні корисності учасників від привласнення однієї додаткової ліцензії:

$v_{A,1} = 633$	$v_{B,1} = 675$	$v_{C,1} = 675$	$v_{D,1} = 685$	$v_{E,1} = 590$	$v_{F,1} = 731$
$v_{A,2} = 613$	$v_{B,2} = 560$	$v_{C,2} = 674$	$v_{D,2} = 665$	$v_{E,2} = 590$	$v_{F,2} = 729$
$v_{A,3} = 590$	$v_{B,3} = 130$	$v_{C,3} = 673$	$v_{D,3} = 635$	$v_{E,3} = 590$	$v_{F,3} = 0$

Визначити оптимальне завершення аукціону.

Задача 13.4. Використовуючи дані зад. 13.2 визначити переможців та ціну придбання товару, якщо аукціон буде проводитися за правилами:

- а) англійського аукціону;
- б) голландського аукціону;
- в) аукціону першої ціни;
- г) аукціону другої ціни.

Група Б

Задача 13.5. Розробити інформаційну систему, за допомогою якої можна провести аукціон Аузубеля для розподілу n ліцензій.

Тема 14. Мікроекономічне моделювання зовнішньої торгівлі

Основні визначення

Модель маленької країни. Обсяги імпорту й експорту країни становлять незначну частину світового товарообігу, а тому для неї закордонні ціни є екзогенними параметрами.

Модель двох країн. Міжнародна торгівля зводиться до товарообміну між двома країнами, кожна з яких своїм експортом і імпортом впливає на кон'юнктуру ринків іншої країни.

Модель ціноутворення на валютному ринку.

$$D^D = D^S$$

$$D^D = P^Z Q_{im},$$

$$D^S = P^Z Q_{ex},$$

D^D – обсяг попиту на валютному ринку,

Q_{im} - кількість імпортованих благ,

D^S – обсяг пропозиції валюти,

Q_{ex} – кількість експортованих благ,

P^Z - ціна імпортованих/експортованих благ в іноземній валюті.

Приклади розв'язання задач

Задача 1. Нехай в Англії й у Португалії для виробництва сукна й вина використовується однаковий обсяг ресурсів: по 10800 од. редукованої праці ($L_A = L_P = 10800$). Споживчі переваги населення в обох країнах однакові й характеризуються функцією корисності $U = (Q_T + 30)(Q_W + 10)$. В Англії технологія виробництва сукна відображається функцією $Q_{T,A} = \frac{L_T}{100}$, а вина

- функцією $Q_{W,A} = \frac{L_W}{120}$, де L_T і L_W - кількість праці, виділена відповідно на виробництво сукна та вина. У Португалії технологія представляється виробничими функціями $Q_{T,P} = \frac{L_T}{90}$, і $Q_{W,P} = \frac{L_W}{80}$. Визначити Парето-оптимальну структуру випуску для кожної країни при відсутності між ними товарообміну.

Розв'язок. Функції виробничих можливостей $Q_W = Q_W(Q_T)$ кожної їхніх країн виводяться із заданих виробничих функцій, зокрема, в Англії:

$$Q_{T,A} = \frac{L_T}{100} = \frac{10800 - L_W}{100} \Rightarrow L_W = 10800 - 100Q_{T,A}.$$

Тому функція виробничих можливостей Англії має вигляд

$$Q_{W,A} = \frac{L_W}{120} = \frac{10800 - 100Q_{T,A}}{120} = 90 - \frac{5}{6}Q_{T,A}.$$

У Португалії:

$$Q_{T,P} = \frac{L_T}{90} = \frac{10800 - L_W}{90} \Rightarrow L_W = 10800 - 90Q_{T,P}$$

Тому виробничі можливості Португалії характеризуються функцією

$$Q_{W,P} = \frac{L_W}{80} = \frac{10800 - 90Q_{T,P}}{80} = 135 - \frac{9}{8}Q_{T,P}$$

Точка дотику ліній виробничих можливостей знаходиться з задачі:

$$U = (Q_T + 30)(Q_W + 10) \rightarrow \max \text{ при } Q_{W,A} = 90 - 0,833Q_{T,A},$$

тобто $Q_{T,A} = 45$; $Q_{W,A} = 52,5$.

Відповідне завдання для Португалії:

$$U = (Q_T + 30)(Q_W + 10) \rightarrow \max \text{ при } Q_{W,A} = 135 - 1,125Q_{T,A},$$

тобто $Q_{T,P} = 49,4$; $Q_{W,P} = 79,4$.

Задача 2. Країна А імпортує тільки один вид благ (F) і експортує інший вид благ (H). На світовому ринку ціна блага F дорівнює 10\$, а блага H - 11\$. Відомі функції попиту та пропозиції обох благ усередині країни А:

$$Q_{F,A}^D = 130 - 5P_{F,A}; Q_{F,A}^S = 4P_{F,A} - 5;$$

$$Q_{H,A}^D = 94 - 2P_{H,A}; Q_{H,A}^S = 12P_{F,A} - 5.$$

Знайти рівноважний обмінний курс.

Розв'язок. Виведемо функції імпорту й експорту країни А:

$$Q_{F,A}^{im} = Q_{F,A}^D - Q_{F,A}^S = 135 - 9P_{F,A};$$

$$Q_{H,A}^{ex} = Q_{H,A}^S - Q_{H,A}^D = 14P_{H,A} - 98.$$

Обсяг попиту та пропозиції на валюту у країні А :

$$D^D = P_F^Z Q_{F,A}^{im} = 135P_F^Z - 9P_{F,A}P_F^Z = 135P_F^Z - 9e(P_F^Z)^2$$

$$D^S = P_H^Z Q_{H,A}^{ex} = 14P_{H,A}P_H^Z - 98P_H^Z = 14e(P_H^Z)^2 - 98P_H^Z$$

При світових цінах на товари:

$$D^D = 1350 - 900e;$$

$$D^S = 1694e - 1078.$$

Рівновага на валютному ринку: $e = 0,936$.

Задачі

Група А

Задача 14.1. Робінзон Крузо та П'ятниця живуть на острові та споживають тільки рибу та кокоси. За один день Робінзон може зловити 10 риб або зібрати 20 кокосів, а П'ятниця 6 риб та 16 кокосів. Чи повинні Робінзон та П'ятниця відкрити між собою торгівлю?

Задача 14.2. Робінзон Крузо працює 450 годин на місяць, збираючи банани (виробнича функція $X = \sqrt{L_x}$) та ловлячи рибу ($Y = \sqrt{L_y}$). Функція корисності Робінзона Крузо $U(X, Y) = XY$.

- а) Знайдіть оптимальний розподіл часу між виробництвом бананів і риби, якщо Робінзон позбавлений контактів зі світовою економікою.
- б) Нехай Робінзон може купувати та продавати на світовому ринку банани за ціною \$0,5, а рибу за ціною \$1,5 за кг. Чи отримає Робінзон Крузо вигоду від участі в міжнародній торгівлі?

Задача 14.3. У Мікроландії та Макроландії виробляються товари двох типів, дані про які наведено у таблиці:

Параметр	Мікроландія	Макроландія
Кількість працівників	15000	64000
Виробнича функція товару А	$Q_{1,A} = \frac{L_A}{100}$	$Q_{2,A} = \frac{L_A}{200}$
Виробнича функція товару В	$Q_{1,B} = \frac{L_B}{300}$	$Q_{2,B} = \frac{L_B}{250}$
Функція корисності	$U_1 = (Q_{1,A} + 55)(Q_{1,B} + 10)$	$U_2 = (Q_{2,A} + 30)(Q_{2,B} + 15)$

- а) Визначити Парето-оптимальну структуру випуску для кожної країни при відсутності між ними товарообміну.
- б) Визначити оптимальне співвідношення цін товарів при товарообміні між країнами.

Задача 14.4. Функція попиту на певний товар у Мікроландії $D = 2150 - 10p$, функція пропозиції $S = 5p$. Макроландія може продати довільну кількість товару за ціною $p = 110$. Для захисту вітчизняної економіки влада

Мікроландії вводить мито у розмірі $w=15$. Визначити ефект захисту вітчизняного виробництва, ефект споживання, ефект зовнішньої торгівлі, ефект платіжного балансу, ефект митних зборів, ефект перерозподілу, ефект економічних втрат.

Задача 14.5. Мікроландія експортує на світовий ринок 2 товари (А та В) за цінами 342 та 613 гр.од. США відповідно, а імпортує благо С за ціною 290 гр.од. США. Відомі функції попиту та пропозиції на товари всередині Мікроландії: $Q_{D,A} = 2400 - 11p_A$, $Q_{S,A} = 9p_A$, $Q_{D,B} = 35000 - 26p_B$, $Q_{S,B} = 74p_B$, $Q_{D,C} = 700 - 2p_C$, $Q_{S,C} = 0$. Визначити рівноважний обмінний курс.

Група Б

Задача 14.6. Розробити імітаційну покрокову модель для демонстрації теорії П.Кругмана «периферія-центр».

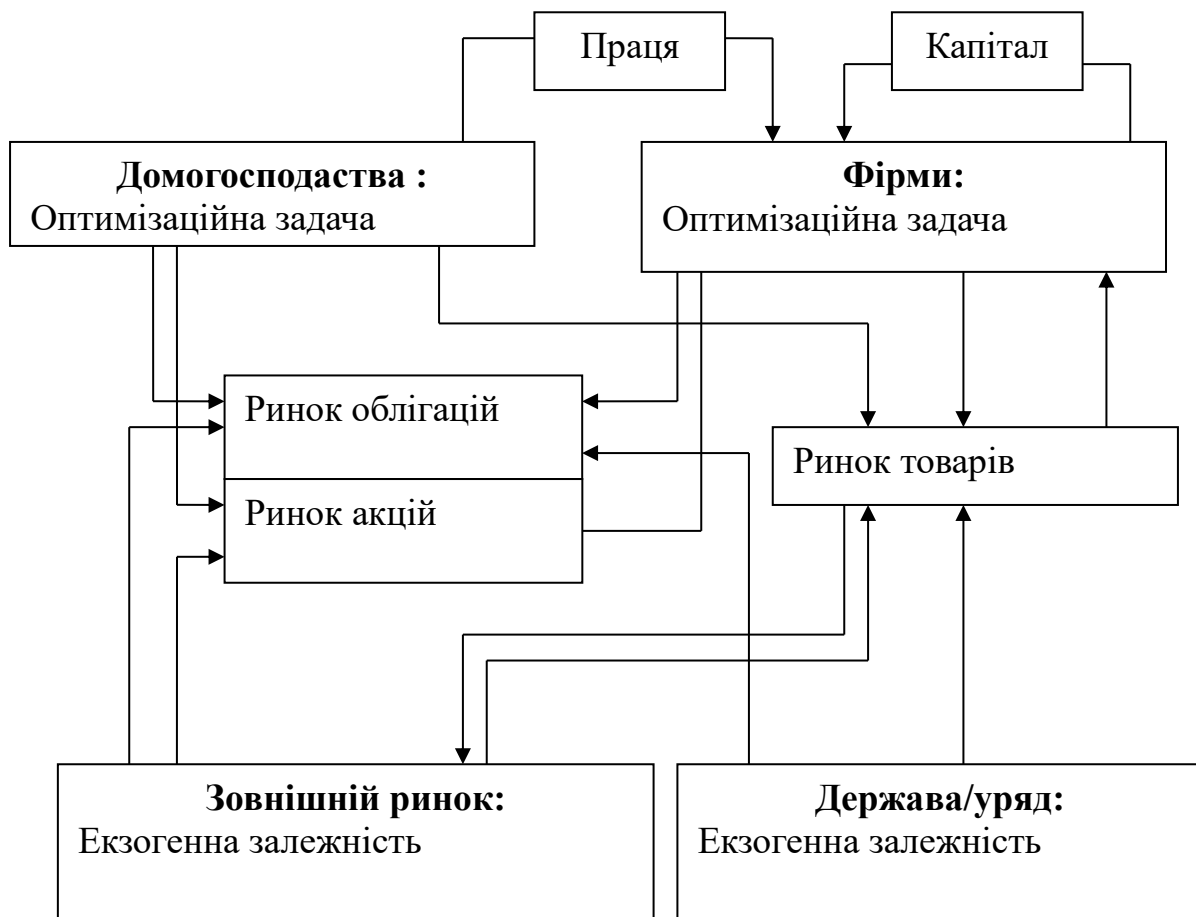
Задача 14.7. Нехай світове господарства складається з економіки двох країн А та Б, в кожній із яких виробляється та споживається по 2 виду благ (М та N). Необхідно шляхом плавної зміни валютного курсу досягти рівноваги у експортно-імпортних операціях, а також визначити динаміку валютного курсу за перші К періодів.

Тема 15. Моделі загальної стохастичної рівноваги

Основні визначення

Динамічні стохастичні моделі загальної рівноваги (DSGE) – це моделі загальної рівноваги економіки, які враховують розвиток і зміни економічної системи; вплив як ендогенних так і екзогенних факторів середовища, в якому функціонує система.

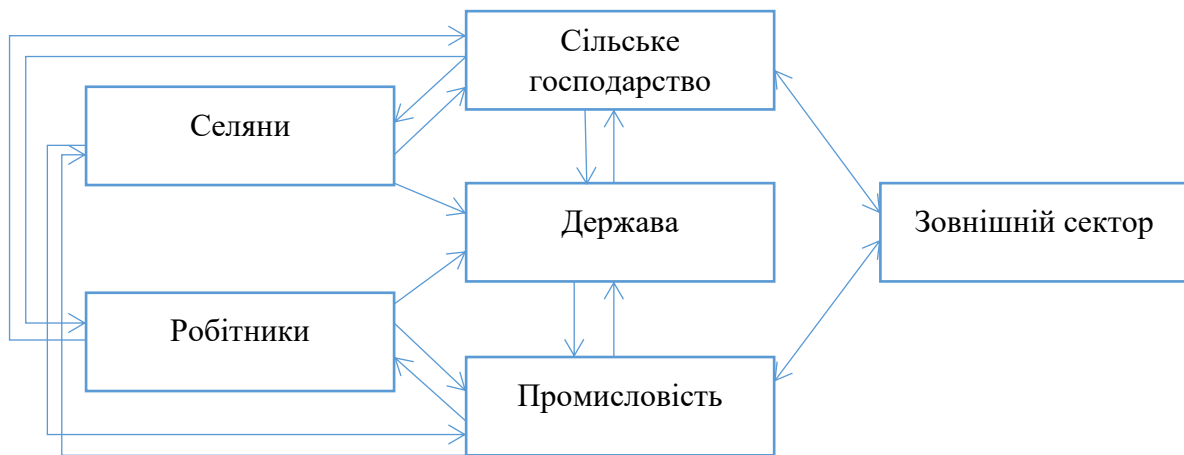
Структура простої DSGE моделі.



Приклад розв'язання задачі

Задача 1. Записати теоретичну модель економіки, яка включає наступні сектори: домогосподарства (селяни та робітники), два виробничі сектори, зовнішній сектор, державу.

Розв'язок. Базові взаємозв'язки між існуючими суб'єктами вказані на наступній схемі.



Домогосподарства (селяни та робітники)

Головним бажанням всіх домогосподарств є максимізація їх корисності, що позитивно залежить від спожитих товарів та негативно – від кількості годин, що відпрацьовує дане домогосподарство. Дана функція для селян має наступний вигляд:

$$Utility^c(t) = (c_1^c Income(t))^{\alpha_1} (c_2^c Income(t))^{\alpha_2} (18 - L^c(t))^{1-\alpha_1-\alpha_2} \rightarrow \max$$

При цьому для робітників вона виглядає як:

$$Utility^r(t) = (c_1^r Income(t))^{\alpha_1} (c_2^r Income(t))^{\alpha_2} (18 - L^r(t))^{1-\alpha_1-\alpha_2} \rightarrow \max$$

де α_i – схильність до споживання відповідного виду домогосподарств відповідного товару.

Селяни можуть працювати виключно в секторі сільського господарства, а робітники – лише в секторі промисловості. Всі домогосподарства можуть вкладати певну частку своїх доходів у будь-яку галузь та отримують певний фіксований дохід від даних інвестицій. Кожен рік вони можуть забрати всі вкладені гроші або їх частину. При чому нові

інвестиції вони вкладають виключно в кінці періоду. Всі домогосподарства мають платити податок, зафіксований державою та рівний для всіх.

Таким чином, дохід домогосподарства, що складається з їх доходу від діяльності, та інвестицій, за вирахуванням податків складатиме:

$$Income(t) = (w^c L^c(t) + Income(t-1) + Income(t-1) \cdot i \cdot (1 - tax) + s_1^c w^c L^c(t-1) + s_2^c w^c L^c(t-1) - \text{(для селян)})$$

та

$$Income(t) = (w^p L^p(t) + Income(t-1) + Income(t-1) \cdot i \cdot (1 - tax) + s_1^p w^p L^p(t-1) + s_2^p w^p L^p(t-1) - \text{(для робітників)})$$

де s_i – відповідні схильності до заощадження,

i – дохід від інвестицій,

w – заробітна плата у відповідній галузі.

При цьому мають бути враховані обмеження, що домогосподарство не може працювати більше 18 годин на добу, а сума всіх схильностей до заощадження та споживання мають дорівнювати одиниці для одного домогосподарства.

При чому уподобання домогосподарств можуть змінюватися будь-яким чином, що відображається на зміні параметру α_1 (попит на сільськогосподарську продукцію завжди стабільний при стабільному населенню, таким чином споживач вибирає між споживанням товару промисловості та вільним часом.

Сектори (сільське господарство та промисловість)

Обидва сектори мають схожі властивості. Кожен сектор має унікальну виробничу функцію Кобба-Дугласа, що залежить від капіталу та праці

$$Y(t) = AK(t)^\alpha Labor(t)^{1-\alpha}$$

При цьому обсяг праці визначається попитом праці, оскільки в суспільстві не існує непрацюючих, а капітал залежить від його попереднього значення, скоригованого на амортизацію, що щороку може

збільшуватись за рахунок інвестицій домогосподарств, та зменшуватись, якщо вони забирають власні інвестиції. Крім того, фірми у випадку отримання позитивного прибутку інвестують його в розширення капіталу в наступному періоді.

На обидва сектори накладається оподаткування їх капіталу у розмірі, встановленому державою. В свою чергу, держава може підтримувати один з секторів або обидва, надаючи їм трансферти, що також вкладуються в розширення капіталу.

$$Labor^{p/c}(t) = \sum_{i=1}^{population^{p/c}} L_i^{p/c}$$

$$\begin{aligned} K^{p/c}(t) &= (K^{p/c}(t-1) * (1 - depreciation) \\ &+ s_{1/2}^p w^p L^p(t-1) + s_{1/2}^c w^c L^c(t-1) - \\ &- (\sum_i^{population^p} I_i^p - c_1^p Income(t-1) - c_2^p Income(t-1))i - \\ &- (\sum_i^{population^c} I_i^c - c_1^c Income(t-1) - c_2^c Income(t-1))i) \cdot (1 - Tax) \\ &+ Transferts \end{aligned}$$

де індекси p/c та $1/2$ змінюються відповідно до галузі.

Держава

Головна функція держави – підтримка бізнесу. Для цього отримані доходи від податкових надходжень вона перераховує секторам як трансферти, розподіляючи їх доходи. Таким чином, держава отримує податки від: доходів домогосподарств від основної діяльності, доходів домогосподарств від інвестицій та як частку від капіталу підприємств. Як результат, держава буде розподіляти доходи більш розвиненого сектору, підтримуючи менш розвинений сектор. У даній моделі існує припущення, що фірми не мінімізують витрати на податки, отже вони все одно будуть прагнути розвиватися.

$Transferts = Tax$

$$\begin{aligned}
 Tax = & Income^p(t-1) \cdot i \cdot (tax) \cdot population^p + \\
 & + Income^c(t-1) \cdot i \cdot (tax) \cdot population^c + \\
 & + w^c L^c(t) \cdot tax + w^p L^p(t) \cdot tax + \\
 & + (K^p(t-1) \cdot (1 - depreciation)) + \\
 & + s_1^p w^p L^p(t-1) + s_1^c w^c L^c(t-1) - \\
 & - \left(\sum_i^{population^p} I_i^p - c_1^p Income(t-1) - c_2^p Income(t-1) \right) i - \\
 & - \left(\sum_i^{population^c} I_i^c - c_1^c Income(t-1) - c_2^c Income(t-1) \right) i \cdot (1 - Tax) + \\
 & + (K^c(t-1) \cdot (1 - depreciation)) + s_2^p w^p L^p(t-1) + s_2^c w^c L^c(t-1) - \\
 & - \left(\sum_i^{population^p} I_i^p - c_1^p Income(t-1) - c_2^p Income(t-1) \right) i \\
 & - \left(\sum_i^{population^c} I_i^c - c_1^c Income(t-1) - c_2^c Income(t-1) \right) i \cdot (1 - Tax)
 \end{aligned}$$

Зовнішній сектор

Якщо внутрішній попит не поглинає всієї виробленої продукції однієї з галузей, або якщо він навпаки перевищує внутрішнє виробництво, то зовнішній сектор стає балансуєчим фактором. Тут ми припускаємо, що міжнародний ринок може поставити або поглинути будь-яку продукцію в будь-якому обсязі. Співвідношення цін в даному випадку не відіграє значної ролі, оскільки всі параметри, окрім обсягу праці вимірюються в грошових одиницях.

Задачі

Група А

Задача 15.1. У країні проживає N громадян та існує дві фірми: перша займається виробництвом їжі, друга – виробництвом води. Кожен індивід максимізує значення своєї функції корисності, яка має вид: $U_i = \alpha x_i^\alpha y_i^\beta$, де

α, β - коефіцієнти функції корисності. Пропозиції товарів задаються рівняннями: $Q_{t,j}^s = a_j - b_j P_{t-1,j}$, $j = \overline{1,2}$, де $P_{t-1,j}$ - рівноважне значення ціни в момент часу $t-1$ для товару, що пропонується фірмою j . Кожен працівник отримує визначену заробітну плату за одиницю виробленої продукції. Початково у кожного робітника було по 100 гр.од., обсяг грошової маси в економіці не змінюється. Розробити імітаційну модель для такої економіки та знайти умови для її рівноваги для початково заданих параметрів.

Група Б

Задача 15.2. Записати модель економіки яка включає наступні (номер пункту відповідає номеру варіанта САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ у електронному журналі групи) сектори (балансові рівняння та правила розробити самостійно):

- 1) Домогосподарства двох типів (селяни, робітники), дві галузі, держава
- 2) Домогосподарства двох типів (селяни, робітники), дві галузі, держава, зовнішній сектор
- 3) Домогосподарства двох типів (селяни, робітники), дві галузі, зовнішній сектор
- 4) Домогосподарства двох типів (селяни, робітники), дві галузі, зовнішній сектор, банки
- 5) Домогосподарства трьох типів (селяни, робітники, непрацюючі), дві галузі, банки
- 6) Домогосподарства трьох типів (селяни, робітники, непрацюючі), дві галузі, зовнішні та внутрішні банки
- 7) Домогосподарства трьох типів (селяни, робітники, непрацюючі), держава, фірми 2 типів
- 8) Домогосподарства трьох типів (селяни, робітники, чиновники), дві галузі, держава

- 9) Домогосподарства, дві галузі, зовнішній сектор, держава
- 10) Домогосподарства, держава, фірми, банки
- 11) Домогосподарства, держава, фірми, зовнішній сектор
- 12) Домогосподарства, держава, фірми, зовнішній сектор, банки
- 13) Домогосподарства, держава, фірми, зовнішні банки
- 14) Домогосподарства, фірми двох типів, держава, зовнішній сектор

За допомогою програми Dynare (<http://www.dynare.org>) реалізувати модель на основі модельних даних.

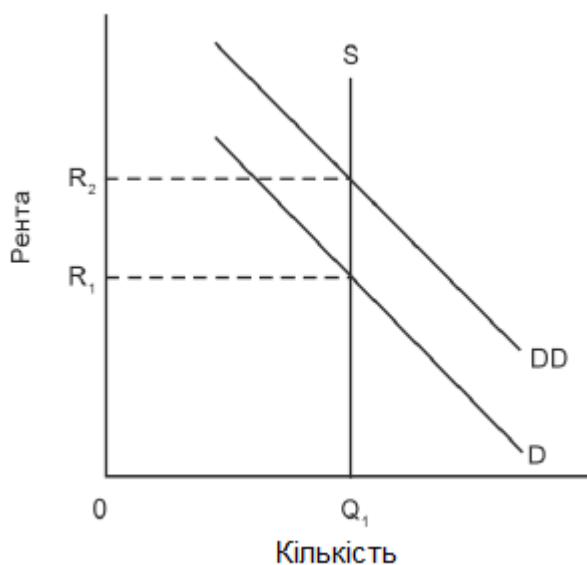
Задача 15.3. Розробити модель, у якій передбачити вплив фінансового сектора на реальний сектор за умови замкненої економіки та відсутнього зовнішнього впливу. В країні проживає L осіб, зайнятих на трьох типах фірм (виробництво товарів, виробництво їжі, фінансовий сектор). Індивід може витратити кошти на продукцію виробництва, на споживання їжі або інвестиції у фінансовий сектор. Розробити балансові рівняння та правила для всіх секторів економіки та змоделювати процес досягнення рівноваги за K періодів.

Тема 16. Задачі комплексного мікроекономічного моделювання

Приклад розв'язання задачі

Задача 1. Неподалік від містечка щойно завершилося будівництво нового нафтопереробного заводу, що викликало масовий приплив робітників та їх сімей в його околиці. В результаті в містечку виникла нестача орендного житлового фонду. Місцева адміністрація пообіцяла побудувати велике число нових будинків під здачу в оренду в новому мікрорайоні на околиці містечка; будівництво планується завершити через три роки. На думку мерії очікується, що після закінчення будівництва ці будинки будуть приносити більший прибуток. Що буде відбуватися на ринку орендного житла в цьому містечку протягом наступних трьох років? Яку елементарну помилку допустила мерія? Дати розгорнуту відповідь з ілюстраціями.

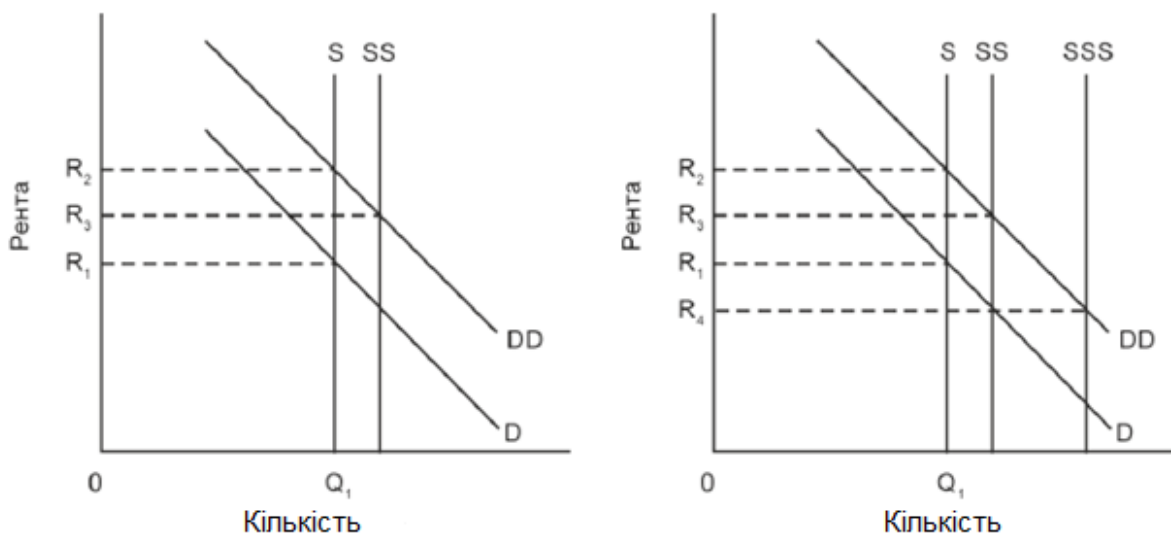
Розв'язок. У найближчому майбутньому кількість будинків під здачу абсолютно нееластично, що призводить до вертикальної кривої пропозиції, як показано нижче.



До того як був побудований нафтопереробний завод, ринок житла знаходився в стані рівноваги, де рента була в точці OR_1 , а кількість в точці OQ_1 . Приплив працівників нафтопереробного заводу викликав зсув кривої попиту на орендоване житло вправо з D в DD ; ціна на житло зростає з OR_1 до OR_2 , тоді як кількість залишається на тому ж рівні.

Цілком можливо, що, враховуючи зростання цін, деякі мешканці вирішать переїхати з цієї місцевості і здати своє житло в оренду. Екстерналії появи нафтопереробного заводу також можуть сприяти такому рішення. Це призведе до збільшення пропозиції і зміщення кривої з S в SS і подальшого падіння рівноважного рівня ренти з OR_2 до OR_3 .

По закінченні трьох років на ринку з'явиться нове житло. Це призведе до зміщення кривої пропозиції вправо з SS в SSS , що, у разі великих масштабів будівництва, може призвести до того, що рівень ренти впаде нижче точки OR_1 , а саме до OR_4 . Помилка, яку допустила мерія, полягає в тому, що вона не врахувала вплив інформації на ринки - коли ціни вирости, всі отримали доступ до цієї інформації, і уряд не зміг отримати запланований прибуток.



Задача 2. Єдиний у країні споживач Петро кожного дня намагається максимізувати власну функцію корисності $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$, де x_1 – кількість буханок хліба, а x_2 – кількість куплених акцій. Хліб Петро використовує для щоденної їжі, а всі вільні гроші через побоювання інфляції переводить в акції. В країні склалися такі функції попиту на хліб та акції відповідно у період t : $Q_{h,t} = 50 - 1.01P_{h,t}$, $Q_{a,t} = Q_{a,t-1} + 0.5 \cdot \Delta P_{a,t}$. В перший день ціна акцій становила 1 грн за штуку, а у Петра не було жодної акції. Петро отримував кожного дня 100 грн заробітної плати, які зразу ж витрачав. Так продовжувалося рівно 728 днів, а на 729 день настала страшна економічна криза, внаслідок якої ціна на акції встановилася на рівні $P_{a,729} = 1.5$ гр.од. Петро став таким розлюченим, що вирішив організувати в країні революцію. Проте король країни так боявся революції, що вирішив компенсувати Петру всі його реальні втрати.

А) Розробіть модель цієї економіки. Визначте стан рівноваги на день 728.

Б) Визначить, як саме має король компенсувати Петру втрати з економічної точки зору. Запропонуйте щонайменше 3 реальні варіанти.

Розв'язок. Задача Петра – єдиного споживача:

$$x_{1,t} \cdot x_{2,t} \rightarrow \max$$

$$p_{1,t} x_{1,t} + p_{2,t} x_{2,t} = 100$$

$$x_{1,t} = 5 - 2p_{1,t},$$

$$x_{2,t} = x_{2,t-1} + 0.5 \cdot (p_{2,t} - p_{2,t-1})$$

$$x_{1,t}, x_{2,t} \geq 0$$

У кожен період часу оптимум споживача (перші два рівняння) визначає, що Петро буде витратити 50 гр.од. на хліб, 50 грн – на додаткові інвестиції.

На 728 день (кінець доби) Петро купить загалом 3539.88 акцій на загальну суму (ціна акцій в цей день 10.51 гр.од.) 37212.94 гр.од.

На 729 день ці акції будуть вартувати $3539.88 \cdot 1.5 = 5309.82$ гр.од. Таким чином, прямі втрати Петра становлять 31903.12 гр.од.

У царя є три варіанта компенсації:

- 1) 0 грн, якщо він доведе, що ринок був прозорий;
- 2) 31903.12 грн, якщо є його провина у ціні акцій;
- 3) $31903.12 \text{ грн} / 2 = 15951.56$ грн, якщо цар визначить, що на ринку були лише один покупець (один споживач) та продавець (цар). Тоді компромісні доходи мають поділитися навпіл.

Задачі

Група А

Задача 16.1. Люди прагнуть максимізувати свою корисність, для цього вони вибирають певну роботу і, отримавши дохід, купують певні товари та послуги, які виробляють інші. Ринкова економіка ґрунтується на бажанні максимально поліпшити свій добробут, а також на здатності обмінюватися товарами і послугами, що забезпечує створення і споживання оптимальної кошика товарів і послуг. Чи є це твердження вірним? Чи доцільно втручання уряду в ринкову економіку?

Задача 16.2. Настав рік виборів. Представник однієї з великих політичних партій в міністерстві фінансів заявив під час телеінтерв'ю наступне: «Компанії хочуть продавати свої товари і послуги з максимально можливими цінами, тоді як споживачі хочуть купувати ці товари і послуги з якомога нижчими цінами. Цілі споживачів і виробників принципово не збігаються. Держава повинна регулювати рівень цін на всі товари і послуги першої необхідності, щоб забезпечити ефективне і справедливе розподіл ресурсів». Чи має рацію автор цього висловлювання? Чи приводить розбіжність цілей споживачів і виробників до економічної неефективності і несправедливого розподілу ресурсів?

Група Б

Задача 16.3. У Мікроландії, де проживає 2540 робітників, у домогосподарствах не прийнято накопичувати гроші. Всі робітники зайняті або на державній службі (100 осіб, зарплата – 750 динарів), або на неприбутковому заводі-монополісті устаткування, або на 3 фірмах, що випускають готову продукцію. Державні службовці займаються лише збором податків, та виплатою допомоги непрацюючим особам (150 динарів). Виробнича функція заводу-монополіста $Q_M = 12L$, де L – кількість найнятих працівників, фіксовані витрати на утримання заводу становлять 2100 динарів. Свою продукцію завод продає фірмам, які мають наступні виробничі функції: $Q_1(K, L) = K\sqrt{L}$, $Q_2(K, L) = L\sqrt{K}$, $Q_3(K, L) = 2\sqrt{KL}$ (K та L – кількість устаткування та людей, залучених для виробництва готової продукції). Фірми не несуть інших витрат, крім витрат на придбання факторів виробництва. В останні роки в державі не спостерігалось корупційних схем, ухиляння від податків або нечесної конкуренції. Наразі в державі рівновага, всі підприємства сплачують податок з прибутку $T = 25\%$, а всі робітники – $\tau = 13\%$ від зарплати (держслужбовці та непрацюючі податки не сплачують).

- 1) Визначити функції попиту на устаткування, готову продукцію, працю.
- 2) Визначити розподіл робітників по підприємствах.
- 3) Розрахувати бюджет держави.
- 4) Пропонується замінити податок на прибуток податком на оборот (фіксована плата з кожної одиниці виробу, яка є різною для різних типів підприємств). Визначити ці ставки, що максимізують державний бюджет країни. Який вплив очікується на ринок праці?
- 5) Змодельовати розвиток ситуації, якщо фірми спробують об'єднатися в картель.

- б) Побудувати комп'ютерну модель, якщо у Мікрolandії зміниться менталітет народу і всі розпочнуть робити накопичення для більшого споживання у майбутньому (дозволяється вводити довільні нові змінні та припущення).

Задача 16.4. У Мікрolandії проживає 10000 селян та 10000 робітників. Всі селяни працюють на фермах для виробництва їжі з виробничою функцією $y_{food} = 0.5L^{0.5}$, а всі робітники працюють на фабриках, що виготовляють товари народного споживання з виробничою функцією $y_{ind} = 0.7y_{food}L^{0.3}$ (для виготовлення продукції необхідно використовувати їжу та працю). Всі люди у країні вибирають рівень споживання їжі та товарів народного споживання, що максимізує їхню функцію корисності: $u = y_{food}y_{ind}$.

Відомо, що якщо зарплата селянина менша зарплати робітника більше, ніж на 40%, то 5% селян стають робітниками. Якщо зарплата робітника перевищує зарплату селянина менше, ніж на 20%, то 5% робітників стають селянами. У країні не змінюється загальна чисельність населення, відсутня тіньова економіка, не існує інших товарів, окрім перерахованих.

Написати програму, яка за допомогою ітеративного алгоритму знаходить:

- 1) рівноважне співвідношення між цінами на продукти,
- 2) рівноважне співвідношення зарплатами селян та робітників.
- 3) кількість виробленої продукції у точці рівноваги.

Задача 16.5. У Мікрolandії, де проживає 3000 робітників, у домогосподарствах не прийнято накопичувати гроші. Всі робітники зайняті або на державній службі (100 осіб, зарплата – 750 динарів), або на неприбутковому заводі-монополісті устаткування, або на 3 фірмах, що випускають готову продукцію. Державні службовці займаються лише

збором податків, та виплатою допомоги непрацюючим особам (150 динарів). Виробнича функція заводу-монополіста $Q_M = 12L$, де L – кількість найнятих працівників, фіксовані витрати на утримання заводу становлять 2100 динарів. Свою продукцію завод продає фірмам, які мають наступні виробничі функції: $Q_1(K, L) = K\sqrt{L}$, $Q_2(K, L) = L\sqrt{K}$, $Q_3(K, L) = 2\sqrt{KL}$ (K та L – кількість устаткування та людей, залучених для виробництва готової продукції). Фірми не несуть інших витрат, крім витрат на придбання факторів виробництва. В останні роки в державі не спостерігалось корупційних схем, ухиляння від податків або нечесної конкуренції. Наразі в державі рівновага, всі підприємства сплачують податок з прибутку $T = 25\%$, а всі робітники – $\tau = 15\%$ від зарплати (держслужбовці та непрацюючі податки не сплачують).

- 1) Побудувати комп'ютерну модель, яка за допомогою ітеративного алгоритму дозволить знайти рівноважний стан економіки.
- 2) Змоделювати розвиток ситуації, якщо фірми спробують об'єднатися в картель.
- 3) Побудувати комп'ютерну модель, якщо у Мікроландії зміниться менталітет народу і всі розпочнуть робити накопичення для більшого споживання у майбутньому (дозволяється вводити довільні нові змінні та припущення).

Задача 16.6. У країні Утопія фірми намагаються максимізувати власні прибутки, використовуючи в якості ресурсів працю громадян та капітал, виготовляючи унікальний продукт «Унікус», що задовольняє потреби громадян у їжі, матеріальних та духовних потребах.

Всі робітники визначають індивідуальну пропозицію праці (y_i – трудова активність i -го індивіда), виходячи з функції добробуту Стоуна з індивідуальними параметрами:

r_i – рентний дохід i -го індивіда (має випадковий розподіл на заданому користувачем відрізку та залежить від рівня заробітної плати);

d_i – межа фізичних можливостей i -го індивіда (має рівномірний розподіл на заданому користувачем відрізку);

a_i – показник схильності i -го індивіда до споживання і праці (має рівномірний розподіл на відрізку від 0 до 1).

Уряд встановлює кожного періоду оптимальну ставку податку на доходи фізичних осіб γ , а також ставку податку на прибуток фірм T так, щоб максимізувати податкові надходження до бюджету (за даними попередніх періодів). Всі податкові надходження витрачаються на розвиток технології, що призводить до збільшення ефективності випуску через N періодів після здійснення інвестиції на $W\%$ за кожні Z гр.од. інвестицій.

Розробити та реалізувати імітаційну модель функціонування такої економіки, припускаючи що:

- 1) всі невідомі величини мають задаватися параметрично користувачем на початку роботи програми;
- 2) в країні відсутня неофіційна економіка та корупційна складова;
- 3) в країні відсутні інші види податків;
- 4) в країні немає дітей, пенсіонерів, інвалідів та інших соціально не захищених груп;
- 5) вся вироблена продукція у країні споживається на внутрішньому ринку;
- 6) рівень наявного капіталу у країні визначається рівнем заощаджень працівників.

Задача 16.7. Після державного перевороту у Мікроландії проведено повну націоналізацію, внаслідок чого у країні діє лише один державний неприбутковий банк (приймає депозити (ставка r_1) від домогосподарств та видає кредити фірмам (ставка r_2) під встановлені урядом відсотки – кожного

періоду відсотки можуть змінюватися для гарантування відсутності прибутку банку), дві державні неприбуткові фірми, кожна з яких випускає унікальний продукт за допомогою функції Кобба-Дугласа з постійним значеннями еластичності капіталу та праці. У країні зареєстровано N домогосподарств, кожне з яких має функцію корисності $u = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} x_3^{\alpha_3}$, де x_1 та x_2 - рівень споживання першого та другого товару відповідно, x_3 - рівень заощаджень в поточному періоді (не депозитів). З емпіричних досліджень відомо, що коефіцієнти α_1 розподілені рівномірно на відрізку $[0,1; 0,4]$, α_2 - мають нормальний розподіл з параметрами $N(0,35; 0,3)$, α_3 - розподілені рівномірно на відрізку $[0,2; 0,4]$. Кожна фірма має оплачувати роботу працівників за визначеною державною ставкою w , весь капітал фірми беруть у кредит в банку. Мінімальний обсяг споживання домогосподарствами товарів становить по одній одиниці. Якщо домогосподарство не споживає за рахунок заробітної плати або наявного депозиту мінімальну кількість товарів, то воно вмирає. Приріст домогосподарств кожного періоду становить $\tau\%$.

Побудувати модель на комп'ютері цієї економіки та знайти її рівновагу через 1000 періодів.

Задача 16.8. У Мікроландії існує N підприємств, кожне з яких має рівно один виробничий цех, у якому має працювати m_0 працівників. Адміністрація будь-якого підприємства складає m_1 працівників. Виробництво на кожній фірмі здійснюється відповідно до функції $q = K^\alpha L^{1-\alpha}$, де K - кількість цехів, L - кількість зайнятих безпосередньо у цехах працівників.

Кожен з працівників сплачує податки за ставкою $t\%$ від заробітної плати, безробітні отримують грошову допомогу від держави, яка витрачає на це весь свій бюджет попереднього періоду. Ціна продукції у наступному періоді визначається як сума всіх доходів громадян (без податків) у

поточному періоді, поділена на кількість виробленої продукції у поточному періоді.

Якщо в країні деякі дві фірми отримують прибутки протягом двох періодів поспіль, то вони об'єднуються (влада дозволяє не більше одного об'єднання за один період).

1. Розробити імітаційну модель такої економіки.
2. Побудувати графіки динаміки рівня цін, випуску продукції, рівня зарплат робітників протягом $K=200$ періодів, якщо $m_0=150$, $m_1=17$, $\alpha=0,6$, $t=20\%$, $N=100$, а в країні проживає 18000 людей.
3. Визначити, чи можлива економічна рівновага в цій країні.

Задача 16.9. У країні виробництво товарів здійснюють дві великі корпорації. Виробничі функції фірм першого типу мають вигляд $Y_1 = \alpha_1^2 L_1^{\beta_1}$, другого типу – $Y_2 = L_2^{\alpha_2 + \beta_2}$, де L_1 - кількість робітників, зайнятих на виробництві фірм першого типу, L_2 - кількість робітників, зайнятих на виробництві фірм другого типу ($L_1 + L_2 = n$, де n - кількість мешканців у країні). Пропозиція праці мешканців для першої корпорації має вигляд: $L_1 = c_1 w_1^d$, для другої $L_2 = c_2^{0,7} w_2 - d_2$. Мешканці, які працюють на першу корпорацію, віддають перевагу товарам власного виробництва, тому функція корисності для них має вигляд $U_1 = x_1^{0,8} x_2^{0,2}$, а ті, хто зайняти на другій корпорації мають функцію корисності $U_1 = x_1^{0,2} x_2^{0,8}$.

1. Розробити теоретичну модель існування такої економіки.
2. Визначити умови для існування рівноваги в цій економіці.
3. Розробити програму для моделювання процесу знаходження рівноваги в цій країні з розрахунку в m періодів.
4. Обчислити параметри точки рівноваги для початково заданих даних.

Задача 16.10. На планеті Мельмак раціональні жителі полюбляють їсти металеві вироби, але вони є шкідливими для здоров'я, а тому мешканці планети часто хворіють, через що мають купувати ліки. Ймовірність захворіти залежить не від індивідуального споживання металу, а від загальної виробленої кількості за такою функцією:

$$p = 2\Phi\left(\frac{\ln(2m^2 - 7m + 8)}{3m}\right), \text{ де } m - \text{кількість виробленого металу (у}$$

мегатонах) за останні 10 періодів існування планети, p – ймовірність захворіти. Споживання 1 упаковки ліків дозволяє видужати з ймовірністю 0,003 за 1 період. Якщо індивід не видужує за 5 періодів, то він вмирає. Виробничі функції для виробництва металу та ліків відповідно:

$$Q_m = \frac{4L_m^2 - 200}{L_m}, \quad Q_f = \sqrt{3L_f - 310}$$

(якщо функція від'ємна, або не існує, використовується 0). На планеті всі чесно сплачують податки: 20% - на прибуток фірми, 20% - на доходи фізичних осіб, кожен безробітний отримує від держави фіксовану суму у 120 динарів. Кожен індивід, не старший 80 періодів, що не хворів останні 10 періодів, може з ймовірністю 0,04 розділитися (новий індивід буде дитиною з віком у 0 періодів).

1. Розробити модель даної економіки, намалювати її структуру, визначити необхідні обмеження.
2. Визначити умови для існування рівноваги в цій економіці.
3. Розробити програму для моделювання процесу знаходження рівноваги в цій країні з розрахунку в 10000 періодів.
4. Обчислити параметри точки рівноваги для початково заданих даних за допомогою програми.

Основні поняття та визначення

Агент - у договірних взаємовідносинах, сторона, що володіє правами на залишковий контроль, делегованими їй іншою стороною, зазвичай принципалом. Як правило, являється поінформованою стороною.

Асиметрія інформації - стан, за якого одна частина учасників ринкової угоди володіє важливою інформацією, а інша частина такої інформації не має.

Аукціон - продаж будь-якого товару на публічних конкурентних торгах (одного чи декількох) , коли ціна встановлюється в процесі продажу. В багатьох випадках аукціон – це разовий продаж певного об'єкта. Головними дійовими особами на аукціонах виступають декілька (потенційних) учасників та продавець (аукціоніст).

Блага - товари, послуги й соціальні та економічні умови, які задовольняють потреби людини, або які людина змушена споживати чи використовувати.

Бюджетна лінія - лінія, що поділяє простір наборів на допустимі та недопустимі з точки зору бюджету споживача.

Вибір - прийняття та реалізація рішень на підставі наявних ресурсів та уподобань споживача.

Гіпотеза щодо раціональності поведінки індивіда - поведінка людини завжди підпорядкована меті досягнення найкращого для неї життєвого стану з можливих.

Дерево рішень - графічне зображення дій індивіда та їх наслідків.

Детермінований еквівалент (лотереї) - сума, отримання якої для людини еквівалентне участі в лотереї (ризикованій операції).

Джерело ризику - об'єкт або процес, який породжує невизначеність у прийнятті рішень.

Диверсифікація ресурсів - це розподіл ресурсів за декількома напрямками, доходність яких має від'ємну залежність.

Досконала конкуренція - ринок з багатьма покупцями та продавцями деякого уніфікованого товару.

Економічний прибуток - різниця між доходом та економічними витратами.

Загальна рівновага - стан економіки, за якого балансується система взаємозв'язаних індивідуальних ринків споживчих благ та ресурсів, задовольняється попит всієї сукупності споживачів у благах та виробників у ресурсах.

Інвестиції - процес створення нового капіталу, що вимагає витрат фінансових ресурсів і призводить до змін у запасах капіталу. Джерелом інвестицій є заощадження економічних агентів, зокрема позичкові кошти, які утворюються у домогосподарств за рахунок заощаджень.

Індекс Лернера - показник монопольної влади фірми.

Картелі – об'єднання декількох підприємств однієї сфери виробництва, учасники якого зберігають власність на засоби виробництва і вироблений продукт, виробничу і комерційну самостійність та домовляються про частку кожного у загальному обсязі виробництва, цінах та ринках збуту;

Конгломерати – створено шляхом поглинання прибутків різногалузевих підприємств, що не мають ані технічної, ані виробничої єдності.

Концерни – об'єднання великої кількості підприємств різних галузей промисловості, учасники якого втрачають власність на засоби виробництва і вироблений продукт, а головна фірма здійснює фінансовий контроль над іншими учасниками об'єднання;

Корисність (Utility) - вимірник задоволення людини від споживання певного набору благ.

Корисність за Нейманом (Neuman Utility) - імовірність, за якої проста лотерея буде еквівалентною кількості блага, корисність якого вимірюється.

Крива Лаффера - графічне відображення залежності державного податкового доходу від рівня податків.

Людський капітал – це актив, який існує у вигляді інтелектуальних здібностей і потреб, отриманих через систему виховання й освіти, культури, а також через отримання практичного досвіду.

Людські ресурси - фізична можливість та розумова здібність людей, які беруть участь у процесі виробництва благ; цей потенціал умовно поділяється на дві частини:

Міграція робочої сили - переселення працездатного населення з одних регіонів в інші на строк більше одного року .

Мінімальна заробітна плата - це величина зарплати, яка встановлюється в Україні Верховною Радою й менше якої людина не може пропонувати свої послуги роботодавцю.

Модель економіко-математична - це математичний аналог, що адекватно відображає економічний об'єкт або явище.

Модель споживача - це математичне відображення впливу основних факторів, що належать певному простору, на функцію добробуту, яку споживач прагне максимізувати.

Монополістична конкуренція - це конкуренція, коли багато продавців продають диференційований товар або послуги.

Монополія - ринкова структура, коли діє лише один продавець та багато покупців, входу на ринок перешкоджають високі бар'єри.

Моральний ризик – поведінка індивіда, що свідомо збільшує вірогідність можливого збитку з надією, що збитки будуть повністю (або навіть з лишком) покриті страховою компанією. Таким чином, це ризик того, що одна зі сторін, яка підписала контракт, буде здійснювати діяльність, небажану з точки зору іншої сторони, яка не має можливості спостерігати за поведінкою першої.

Невизначеність - неоднозначність умов та параметрів у разі прийняття рішень.

Нейтральність до ризику - риса особи, що приймає рішення, якій байдуже - отримати гарантовано сподіваний виграш чи брати участь у ризикованій операції.

Несприятливий відбір - це така ситуація, за якої на ринку з асиметричною інформацією здійснюється купівля гірших, а не кращих видів товарів, послуг і ресурсів.

Несхильність до ризику - риса особи, що приймає рішення, для якої привабливіше гарантовано отримати сподіваний виграш, ніж брати участь у ризикованій операції.

Олігополія - це ринкова структура, що складається з невеликої кількості фірм, причому декілька з них контролюють значну частку ринку.

Опортунізм - переслідування особистих цілей з використанням підступності. Він буває передконтрактний (негативна селекція) та постконтрактний (моральний ризик та вимагання). Ми зупинимося на розгляді останнього, постконтрактного опортунізму.

Постконтрактний опортунізм полягає у тому, що після укладання угоди дії агента не (в повній мірі) відповідають інтересам принципала. Дана проблема виникає, тому що по - перше, принципал і агент мають різні інтереси, а по - друге, має місце асиметрія інформації.

Працедавець - це фірма, яка, виходячи із попиту на свою продукцію, утворює вторинний попит на працю та надає можливість найманим робітникам працювати і отримувати заробітну плату.

Праця (або послуги праці) - один з основних факторів виробництва, власниками якого є домогосподарства; це фізичні і розумові здібності людей, що можуть бути використані у виробництві благ.

Принципал - у договірних взаємовідносинах, сторона, що володіє правами на залишковий дохід. Як правило, являється непоінформованою стороною.

Пропозиція праці - співвідношення між ставкою заробітної плати та обсягом праці, який власник цього ресурсу (домогосподарство) бажає та може запропонувати працедавцям на ринку за інших незмінних умов.

Процент - це чистий дохід (прибуток), який отримує власник капіталу (позичкових грошей) внаслідок їхнього використання протягом певного проміжку часу (року).

Рента виробника - інтегральна різниця між ринковою ціною блага та мінімальними цінами, за якими виробник згоден продати кожну додаткову одиницю виробленого блага.

Рента диференціальна - надбавка на початкову запитувану ціну ресурсу на ринку у випадку підвищення попиту.

Рента капіталізована - ринкова ціна ресурсу, що визначається як дисконтована вартість усіх майбутніх доходів, які надходять у вигляді ренти.

Рента споживача - інтегральна різниця між максимальними цінами, які споживач згоден заплатити за кожну додаткову одиницю придбаного блага, та ринковою його ціною.

Ризик (Risk) - особливість процесу прийняття рішень за умов невизначеності.

Ринки факторів - це специфічні ринки, де, на відміну від ринків продукції, з боку попиту виступають фірми, які споживають виробничі фактори, а з боку пропозиції - власники факторів - домогосподарства. На ринках факторів визначаються ціни та обсяги використання факторів. Ринки факторів виробництва вважаються вторинними по відношенню до ринків готової продукції, тому що стан перших (ціни і обсяги факторів) визначається станом других (обсягами продукції).

Ринок - місце, де в даний момент здійснюються дії з придбання та обміну товарами і послугами між продавцями і покупцями.

Ринок капіталу - це ринок чи група пов'язаних ринків, на яких капітал у фінансовій формі позичається на різний термін (короткий, довгий або взагалі невизначений, як у випадку з акціями) і на різних умовах; на кожному ринку існує свій рівень процентної ставки.

Ринок праці - ринок одного з факторів виробництва, де домогосподарства в ролі найманих робітників пропонують свою працю, а фірми-виробники товарів та послуг (працедавці) - потребують її. На ринку праці встановлюється ціна праці - ставка заробітної плати - та обсяг використання праці.

Рівень доходності (Rate of Return) - відношення одержаного прибутку до величини витрат.

Рівновага (Equilibrium) - стан системи, який не може бути порушений без зовнішніх впливів.

Рівновага (оптимум) за Нешем (Nash Equilibrium) - принцип взаємодії декількох індивідів, кожен з яких розглядає дії інших як незмінні, намагаючись максимізувати свою функцію корисності.

Синдикати – об'єднання ряду підприємств однієї галузі промисловості, учасники якого зберігають власність на засоби виробництва, але втрачають власність на вироблений продукт; отже, вони зберігають виробничу, але втрачають комерційну самостійність; збут здійснюється спільним збутовим підрозділом;

Страхова винагорода - відшкодування клієнтові страхової компанії збитків, пов'язаних із страховим випадком.

Страховий внесок - плата за страхування страховій компанії з боку її клієнта.

Схильність до ризику - риса особи, що приймає рішення, для якої привабливіше брати участь у лотереї (ризикованій операції), ніж гарантовано отримувати сподіваний виграш.

Точкою Лаффера другого роду називається така податкова ставка θ^{**} , при якій фіскальна крива $T = T(\theta)$ досягає локального максимуму, тобто коли

$$\text{виконані умови: } \frac{\partial T(\theta^{**})}{\partial \theta^{**}} = 0, \quad \frac{\partial^2 T(\theta^{**})}{\partial (\theta^{**})^2} < 0.$$

Точкою Лаффера першого роду називається така податкова ставка θ^* , при якій виробнича крива $X = X(\theta)$ досягає локального максимуму, тобто коли

$$\text{виконані умови: } \frac{\partial X(\theta^*)}{\partial \theta^*} = 0, \quad \frac{\partial^2 X(\theta^*)}{\partial (\theta^*)^2} < 0.$$

Трести – об'єднання ряду підприємств однієї чи декількох галузі промисловості, учасники якого втрачають власність на засоби виробництва і вироблений продукт, виробничу і комерційну самостійність; учасники об'єднують виробництво, збут, фінанси та керівництво, а на суму вкладеного капіталу власники окремих підприємств отримують акції тресту, які надають їм право брати участь у керівництві та привласнювати відповідну частину прибутку тресту;

Фактори виробництва - блага, які потрібно придбати фірмі для забезпечення випуску інших благ - готової продукції. Основні види факторів - капітал, праця, земля (природні ресурси), а також підприємницький хист. Цінами факторів виробництва є, відповідно, **процент, ставка заробітної плати, рента і нормальний прибуток.**

Література

1. Baumol, W.J., Blinder A.S. Microeconomics: Principles and policy. Cengage Learning, 2015.
2. Cameron A.C., Trivedi P.K., Cameron C.A. Microeconometrics: Methods and Applications. – Cambridge Univ Pr, 2005. – 1034 p.
3. Elsner W., Heinrich T., Schwardt H. The microeconomics of complex economies: Evolutionary, institutional, neoclassical, and complexity perspectives. Academic Press, 2014.
4. Frank R.H. Microeconomics And Behavior. – Irwin Professional Pub, 2005. – 692 p.
5. Lumsden K. G. Economics. – 2011. – 619 p.
6. Pindyck R. S., Rubinfeld D.L. Microeconomics. – Prentice Hall, 2004. – 720 p.
7. Valdivia D. Handbook on DSGE models: some useful tips in modeling a DSGE models. – [Електр. Ресурс.] – Режим доступу: https://mpra.ub.uni-muenchen.de/61654/8/MPRA_paper_61654.pdf
8. Varian H. R. Intermediate microeconomics with calculus: a modern approach. WW Norton & Company, 2014.
9. Базилевич В.Д., Базилевич К.С., Ігнатюк А.І., Слухай С.В. Мікроекономіка: Підручник. – 2-ге видання. – К., 2008. – 679 с.
10. Бакаєв О.О., Карагодова О.О., Кутах Ю.О. Основи мікроекономіки: Навч. Посібник. – К.: КУЕТТ, 2004 р. – 267 с.
11. Вечканов Г. С., Вечканова Г. Р. Микроэкономика: Учебник для вузов. 5-е изд. Стандарт третьего поколения. - СПб.: Питер, 2017. - 480 с.: ил. - (Серия «Учебник для вузов»).
12. Задоя А.О. Мікроекономіка: Курс лекцій: Навч. посібник. - К.: Знання, 2000. - 176 с.

- 13.Краснікова Л.І., Лук'яненко І.Г. Практикум з мікроекономіки: тести, проблем. ситуації, вправи: Навч. посіб. – К.: 2005. – 317 с.
- 14.Мікроекономіка: Практикум. Навч. посібник. / За ред. В.Д. Базилевича. – 2-ге вид., перероблене і доповнене. – К.: Знання, 2010. – 490 с.
- 15.Моделювання мікроекономічних процесів – [Електр. Ресурс.] – Режим доступу: http://www.andriystav.cc.ua/T_MM.html
- 16.Нуреев Р.М. Курс микроэкономики: Учебник для вузов. – 3-е изд., испр. и доп. - М.: 2014. - 624с.
- 17.Обушна О.М., Ставицький А.В. Навчально-методичний комплекс з курсу „Мікроекономіка” для студентів економічних спеціальностей. – К. : РВВ ІМФ, 2004. – 64 с.
- 18.Симкина Л.Г., Корнейчук Б.В. Микроэкономика – СПб.: Питер, 2002. – 464 с.
- 19.Слухай С.В. Довідник базових термінів та понять з мікроекономіки / С.В. Слухай. – 2 ге вид., переробл і доп. – Київ, 2015 р. –374 с.

Для нотаток



Підписано до друку 05.03.2018 Формат 60x84 1/16.
Папір офсетний. Друк цифровий. Ум. друк. арк. 11,38
Тираж 20 прим.

Віддруковано в Видавництві ТОВ «Аграр Медіа Груп»
04080, м. Київ, вул. Новокостянтинівська, 4А
Тел.: 044 361 53 06, e-mail: info@agrarmedia.com
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців ДК №3651 від 22.12.2009
www.agrarmedia.com