

Семінар 5. Розв'язок задач з множинної регресії

1. Чи можуть наступні рівняння бути перетвореними в рівняння, лінійні за параметрами?

1. $y_t = \alpha \cdot e^{\beta x_t} \cdot \varepsilon_t$;
2. $y_t = \alpha \cdot \ln x_1 + \beta \ln \gamma^{x_2} + \delta e^{x_3} + \varepsilon_t$;
3. $y_t = \alpha e^{-\beta x_t} + \varepsilon_t$;
4. $y_t = \alpha \ln(x_3 x_1) + \beta \ln \gamma^{x_1 x_2} + \delta x_3 e^{x_3} + \varepsilon_t$;
5. $y_t = e^{\alpha + \beta x_t + \varepsilon_t}$;
6. $y_t = \alpha \cdot \ln(\phi x_1) + \beta \ln \gamma^{x_1 x_2} + \delta e^{x_3} + x_4 + \varepsilon_t$;
7. $y_t = \frac{\alpha}{\beta - x_t} + \varepsilon_t$;
8. $y_t = \alpha \cdot \gamma \cdot x_1 \cdot x_2^2 \cdot x_3 + \beta \ln \gamma^{x_1 x_2} + \delta e^{x_3} + \varepsilon_t$.

2. Довести, що МНК-оцінка коефіцієнтів множинної лінійної регресії $y = X\beta + \varepsilon$ є незміщеною.

3. Знайдіть коваріаційну матрицю МНК-оцінки коефіцієнтів множинної лінійної регресії $y = X\beta + \varepsilon$.

4. Задана матриця коваріацій оцінок параметрів моделі.

$$\text{cov}(\hat{\beta}) = \begin{pmatrix} 11,4 & 1,7 & -0,9 \\ 1,7 & 1,4 & -0,4 \\ -0,9 & -0,4 & 0,1 \end{pmatrix}$$

Визначити дисперсії оцінок параметрів моделі та їх стандартні помилки.

5. За допомогою МНК отримано рівняння ($n = 24$):

$$y_t = 1,12 - 0,098x_{1t} - 5,62x_{2t} + 0,044x_{t3},$$

$(2,14) \quad (0,0034) \quad (3,42) \quad (0,009)$

$$RSS = 110,32, ESS = 21,43.$$

1. Перевірте значимість кожного коефіцієнта, $\alpha = 0,1$
2. Знайдіть коефіцієнт детермінації.
3. Протестуйте значимість моделі в цілому, $\alpha = 0,1$.

6. За наведеними даними

y	x_1	x_2
28,4	635,7	92,9
32,0	688,1	94,5
37,7	753,0	97,2
40,6	796,3	100,0
47,7	868,5	104,2
52,9	935,5	109,8
58,5	982,4	116,3
64,0	1063,4	121,3
75,9	1171,1	125,3
94,4	1306,6	133,1
131,9	1412,9	147,7
126,9	1528,8	161,2
155,4	1702,2	170,5
185,8	1899,5	181,5
217,5	2127,6	195,4
260,9	2368,5	217,4

1. оцінити регресії

- $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1t} + \varepsilon_t$;
- $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{2t} + \varepsilon_t$;
- $y_t = \gamma_0 + \gamma_1 x_{1t} + \gamma_2 x_{2t} + \varepsilon_t$.

2. Проінтерпретувати отримані результати.

3. Вибрати найкращу регресію.

7. Відомо, що для фірми функція випуску може бути записана у вигляді: $y_t = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 a_t + \beta_3 a_t^2 + \varepsilon_t$, y_t – випуск продукції, p_t – ціна за одиницю, a_t – витрати на рекламу. Собівартість однієї одиниці продукції становить 1,8 грн. За наведеними спостереженнями

t	y_t	p_t	a_t
1	508	3,78	3,59
2	550	4,36	2,41
3	379	4,40	4,29
4	709	3,97	1,58
5	248	4,48	4,54
6	598	3,01	0,14
7	353	2,88	4,61
8	772	2,88	2,19
9	496	4,63	2,54
10	644	3,43	2,39
11	390	4,53	3,99

t	y_t	p_t	a_t
12	591	4,78	2,07
13	382	4,83	3,49
14	614	4,45	2,59
15	528	4,36	3,09
16	495	4,72	1,51
17	828	2,95	1,01
18	554	3,94	1,89
19	522	4,22	3,45
20	603	4,08	0,77

1. Оцінити регресію, перевірити значимість коефіцієнтів та адекватність моделі, $\alpha = 0,05$.
2. Визначити оптимальну ціну, якщо витрати на рекламу становитимуть 310 грн.
3. Знайти оптимальні видатки на рекламу, якщо конкурентна ціна одиниці продукції складає 5,9 грн.
4. Знайти максимальний прибуток фірми.

8. На основі статистичних даних, де y – прибуток комерційного підприємства, x_1, x_2, x_3 – фактори, від яких залежить прибуток цього підприємства,

y	x_1	x_2
36,39	56,54	35,70
39,08	57,87	43,42
40,38	63,44	44,06
41,20	69,18	46,23
41,67	73,46	55,74
41,25	81,39	61,47
40,98	84,48	66,37
40,78	91,81	75,59
40,06	98,32	76,96
37,39	102,30	78,90

знайти МНК оцінки параметрів регресії, якщо припустити, що вона має таку стохастичну залежність:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_2^2 + \varepsilon.$$

1. Перевірити модель на адекватність, $\alpha = 0,01$.
2. Якщо модель є адекватною, то знайти значення факторів, при яких прибуток комерційного підприємства буде максимальним.